

COMBINACIONES, VARIACIONES Y PERMUTACIONES

Para aplicar la **Regla de Laplace**, el cálculo de los sucesos favorables y de los sucesos posibles a veces no plantea ningún problema, ya que son un número reducido y se pueden calcular con facilidad:

Por ejemplo: Probabilidad de que al lanzar un dado salga el número 2. Tan sólo hay un caso favorable, mientras que los casos posibles son seis.

Sin embargo, a veces calcular el número de casos favorables y casos posibles es complejo y hay que aplicar reglas matemáticas.

Las reglas matemáticas que nos pueden ayudar son el cálculo de **combinaciones**, el cálculo de **variaciones** y el cálculo de **permutaciones**.

a) Combinaciones:

Determina el número de subgrupos de 1, 2, 3, etc. elementos que se pueden formar con los "n" elementos de una muestra. Cada subgrupo se diferencia del resto en los elementos que lo componen, sin que influya el orden.

Por ejemplo, calcular las posibles combinaciones de 2 elementos que se pueden formar con los números 1, 2 y 3.

Se pueden establecer 3 parejas diferentes: (1,2), (1,3) y (2,3). En el cálculo de combinaciones las parejas (1,2) y (2,1) se consideran idénticas, por lo que sólo se cuentan una vez.

Para calcular el número de combinaciones se aplica la siguiente fórmula:

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n! * (m - n)!}$$

El término "**n!**" se denomina "factorial de n" y es la multiplicación de todos los números que van desde "n" hasta 1.

Por ejemplo: $4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24$

La expresión "**C_{m,n}**" representa las combinaciones de "m" elementos, formando subgrupos de "n" elementos.

Ejemplo: C_{10,4} son las combinaciones de 10 elementos agrupándolos en subgrupos de 4 elementos:

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4! * (10 - 4)!} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1}{(4 * 3 * 2 * 1) * (6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1)} = 210$$

Es decir, podríamos formar 210 subgrupos diferentes de 4 elementos, a partir de los 10 elementos.

b) Variaciones:

Calcula el número de subgrupos de 1, 2, 3, etc. elementos que se pueden establecer con los "n" elementos de una muestra. Cada subgrupo se diferencia del resto en los elementos que lo componen o en el orden de dichos elementos (es lo que le diferencia de las combinaciones).

Por ejemplo, calcular las posibles variaciones de 2 elementos que se pueden establecer con los número 1, 2 y 3.

Ahora tendríamos 6 posibles parejas: (1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1) y (3,3). En este caso los subgrupos (1,2) y (2,1) se consideran distintos.

Para calcular el número de variaciones se aplica la siguiente fórmula:

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

La expresión "**V_{m,n}**" representa las variaciones de "m" elementos, formando subgrupos de "n" elementos. En este caso, como vimos en la lección anterior, un subgrupo se diferenciará del resto, bien por los elementos que lo forman, o bien por el orden de dichos elementos.

Ejemplo: V_{10,4} son las variaciones de 10 elementos agrupándolos en subgrupos de 4 elementos:

$$V_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1}{(6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1)} = 5.040$$

Es decir, podríamos formar 5.040 subgrupos diferentes de 4 elementos, a partir de los 10 elementos.

c) Permutaciones:

Calcula las posibles agrupaciones que se pueden establecer con todos los elementos de un grupo, por lo tanto, lo que diferencia a cada subgrupo del resto es el orden de los elementos.

Por ejemplo, calcular las posibles formas en que se pueden ordenar los número 1, 2 y 3.

Hay 6 posibles agrupaciones: (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) y (3, 2, 1)

Para calcular el número de permutaciones se aplica la siguiente fórmula:

$$P_m = m!$$

La expresión "**P_m**" representa las permutaciones de "m" elementos, tomando todos los elementos. Los subgrupos se diferenciarán únicamente por el orden de los elementos.

Ejemplo: P₁₀ son las permutaciones de 10 elementos:

$$P_{10} = 10! = 10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 3.628.800$$

Es decir, tendríamos 3.628.800 formas diferentes de agrupar 10 elementos.

Combinaciones con Repetición

Vamos a analizar ahora que ocurriría con el cálculo de las combinaciones, de las variaciones o de las permutaciones en el **supuesto** de que al formar los subgrupos **los elementos pudieran repetirse**.

Por ejemplo: tenemos bolas de 6 colores diferentes y queremos formar subgrupos en los que pudiera darse el caso de que 2, 3, 4 o todas las bolas del subgrupo tuvieran el mismo color. En este caso no podríamos utilizar las fórmulas que vimos en la lección anterior.

Combinaciones con repetición:

Para calcular el número de combinaciones con repetición se aplica la siguiente fórmula:

$$C'_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n! * (m-1)!}$$

Ejemplo: $C'_{10,4}$ son las combinaciones de 10 elementos con repetición, agrupándolos en subgrupos de 4, en los que 2, 3 o los 4 elementos podrían estar repetidos:

$$C'_{10,4} = \frac{13!}{4! * 9!} = \frac{13 * 12 * 11 * 10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1}{(4 * 3 * 2 * 1) * (9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1)} = 715$$

Es decir, podríamos formar 715 subgrupos diferentes de 4 elementos.

Variaciones con repetición:

Para calcular el número de variaciones con repetición se aplica la siguiente fórmula:

$$V'_{m,n} = m^n$$

Ejemplo: $V'_{10,4}$ son las variaciones de 10 elementos con repetición, agrupándolos en subgrupos de 4 elementos:

$$V'_{10,4} = 10^{^4} = 10.000$$

Es decir, podríamos formar 10.000 subgrupos diferentes de 4 elementos.

Permutaciones con repetición:

Para calcular el número de permutaciones con repetición se aplica la siguiente fórmula:

$$P'_m^{x_1, x_2, \dots, x_k} = \frac{m!}{x_1! * x_2! * \dots * x_k!}$$

Son permutaciones de "m" elementos, en los que uno de ellos se repite "x1" veces, otro "x2" veces y así ... hasta uno que se repite "xk" veces.

Ejemplo: Calcular las permutaciones de 10 elementos, en los que uno de ellos se repite en 2 ocasiones y otro se repite en 3 ocasiones:

$$P'_{10}^{2,3} = \frac{10!}{2! * 3!} = 302.400$$

Es decir, tendríamos 302,400 formas diferentes de agrupar estos 10 elementos.