

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Recuerde a los alumnos que la escala es una razón de dos cantidades del mismo tipo y haga que ejerciten el uso de escalas en la interpretación de mapas y planos arquitectónicos reales, ya que esto será más significativo para ellos. Coménteles que la resolución del problema de esta página tiene gran importancia en la vida diaria, ya sea en la construcción o en la industria.

Ponga énfasis en que:

$$\text{Escala} = \frac{\text{medida en el plano o mapa}}{\text{medida real}}$$

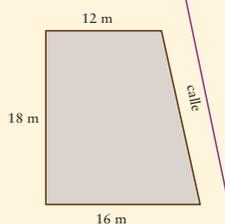
TEMA 5

La escala

EL ARQUITECTO

Los arquitectos hacen proyectos en papel. Primero tienen que saber las medidas del terreno en el cual van a construir.

En el esquema tenemos marcadas las medidas reales del terreno donde se va a construir una casa.

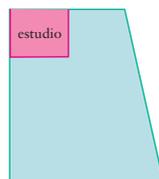


Mide los lados del esquema e indica la escala (constante de proporcionalidad) que usó el arquitecto para dibujar el plano, y explica.

Después trazan a escala el plano de la casa. La siguiente figura representa la planta baja de la casa que se va a construir.

Por lo pronto el arquitecto trazo un rectángulo de 1.5 cm por 1.2 cm, el área en donde quedará el estudio.

¿Cuáles serán las dimensiones reales del estudio? _____



Plano general

Es difícil planear los muebles en un rectángulo tan pequeño, así que el arquitecto decide usar una escala más grande, es decir, agrandar el dibujo del estudio.

Así que ahora utiliza una escala de $\frac{8}{3}$ respecto al plano general.

58

BLOQUE 1

ESCALAS Y PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE



SOLUCIONES

Página 58

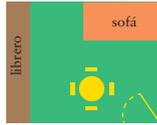
EL ARQUITECTO

$$\frac{1}{4} \text{ o } 1:400$$

Multiplicando esta escala por las dimensiones reales del terreno obtenemos las medidas para dibujar el plano.

6 m por 4.8 m

- Marca las dimensiones reales del estudio en la nueva figura.



Para incorporar el mobiliario al plano general, hay que dibujar en el área del estudio el librero y el sofá. ¿De qué medidas hay que poner cada uno?

Sofá: _____

Librero: _____

- Comprueba tus resultados. Mide el área que ocupa el sofá en la figura anterior. ¿Cuánto tiene de largo?

_____ cm, así que en el plano general tendrá

$$\text{_____} \times \frac{3}{8} = \text{_____}$$



Ahora hay que reducirlo para que esté en la escala correcta del plano general.

Mide el ancho y calcula las dimensiones con las que se tiene que dibujar en el plano general.

Mide _____ cm de ancho.

Así, el área en el plano general es:

$$\text{_____} \times \text{_____} = \text{_____}$$

Observa lo que hiciste:

La escala para ir del plano general al del estudio fue de $\frac{8}{3}$; por lo que multiplicaste la medida en el plano general por esta cantidad. La escala para ir del plano del estudio al general fue de $\frac{3}{8}$; es decir que tuviste que dividir entre $\frac{8}{3}$ que es equivalente a multiplicar por $\frac{3}{8}$. En efecto, para pasar una figura a otra escala, hay que multiplicar por una fracción $\frac{a}{b}$. Para deshacer la multiplicación hay que dividir entre $\frac{a}{b}$ que es equivalente a multiplicar por $\frac{b}{a}$.



Coménteles que una “regla de 3” facilitará la comprensión de este tema y que pueden usarla para resolver los problemas de esta página.

Propóngales varios ejercicios en los que les pida dibujar figuras geométricas con medidas específicas para después hacerlas a la escala que usted determine.

Página 59

- 4 cm por 3.2 cm
0.75 m por 0.375 m
.225 m por 1.2 m
- 2
 $2 \times \frac{3}{8} = .75$
1
 $1 \times \frac{3}{8} = .375$

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Permita que los alumnos resuelvan los problemas de porcentaje utilizando sus propias estrategias y pídale que reflexionen sobre la que se muestra.

Oriéntelos con preguntas como: *¿Qué porcentaje representa el precio sin descuento del auto es decir, \$146,000? ¿Por qué? ¿Ya notaron que 100% - 15% da 85%? ¿Qué significado tiene esto?*

Recuérdelos que $85\% = \frac{85}{100} = 0.85$

Pídale que resuelvan el problema del agente de ventas, considerando primero el descuento de 15% y después otros porcentajes.

Solicite a los alumnos que comenten en grupo de qué manera realizaron el cálculo para obtener el precio sin descuento del automóvil.

El auto

Un auto se vende con un descuento de 15%. Si su precio sin descuento es de \$146 000, ¿en cuánto se vende?

Con una sola operación calcula su precio de venta con descuento:

$$\underline{\hspace{2cm}} \times \frac{85}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Explica por qué se multiplica por $\frac{85}{100}$.

Si el agente de ventas tiene en su lista sólo los precios con descuento, ¿cómo puede saber cuál es el precio normal de un auto que con descuento se vende en \$170 000?

$$\underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

¿Cuál es el precio de uno que se vende con descuento en \$124 100?

$$\underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Cápsula

Dividir un número entre $\frac{a}{b}$ es lo mismo que multiplicarlo por $\frac{b}{a}$.

Gulliver y las proporciones

¿Quién no ha oído hablar de Gulliver y sus viajes? Tal vez los más conocidos son sus historias en el país de los enanos (Liliput) y en el de los gigantes (Brobdingnag).

Según escribió Jonathan Swift (el autor), en el fantástico Liliput las dimensiones (largo, ancho y alto) de todas las cosas, animales, plantas y personas, eran 12 veces menores que las nuestras, mientras que en Brobdingnag todas las dimensiones eran 12 veces mayores.

En un pasaje de la obra, Gulliver cuenta cómo los liliputienses prepararon la cama para su huésped gigante. "...600 colchones con dimensiones liliputienses fueron traídos en carretas a mi casa. De 150 colchones cosidos entre sí, salió uno en el que cabía libremente a lo largo y a lo ancho. Pusieron uno encima del otro, 4 colchones como éste, pero aún así este lecho era tan duro para mí como el suelo de piedra".

60 ESCALAS Y PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE



SOLUCIONES

Página 60

El auto

$$146\ 000 \times \frac{85}{100} = 124\ 100$$

El descuento que se le aplica es de 15%, entonces el costo con descuento

$$\text{corresponde a } 146\ 000 \times \left(\frac{100 - 15}{100}\right) = 146\ 000 \times \frac{85}{100} = 124\ 100$$

$$170\ 000 \times \frac{100}{85} = 200\ 000$$

$$124\ 100 \times \frac{100}{85} = 146\ 000$$

■ Indica, usando las escalas, la razón por la que el colchón era tan duro, pero lo suficientemente largo y ancho. _____

¿Cuántas capas se debían poner para que el colchón resultara cómodo para Gulliver? _____

En otro momento del viaje, el autor explica que para alimentar a Gulliver "... le será entregada diariamente una ración de comestibles y bebidas suficiente para alimentar a 1 728 súbditos de Liliput".

¿Por qué 1 728? No hay que olvidar que los liliputienses son semejantes a nosotros, las partes de su cuerpo tienen las mismas proporciones que las nuestras. Son 12 veces más delgados.

El volumen del cuerpo de Gulliver no es 12 veces mayor que el de los pequeños hombrecitos, sino $12 \times 12 \times 12 = 1\,728$ veces mayor.

Para alimentar un cuerpo como el de Gulliver se necesitan 1728 raciones liliputienses.

Si un cocinero puede preparar comida para 24 liliputienses, ¿cuántos cocineros harán falta para alimentar a Gulliver? _____

Las cosas cambian al llegar a Brobdingnag, donde el pobre Gulliver se queja de un travieso escolar que "...me tiró una avellana a la cabeza y por poco me da, y la había lanzado con tal fuerza que me hubiera descalabrado inevitablemente, porque la avellana era poco menor que una calabaza nuestra".

¿Cuánto pesará una avellana en Brobdingnag?

Explica tu procedimiento. _____



Invite a los alumnos a reflexionar sobre la escala en longitudes, superficies y volúmenes. Para ello emplee simples cubos de papel. Hágales preguntas como: *Si aumenta el doble dos aristas del cubo original, sin modificar la tercera arista, ¿cuántos cubos originales requiere?* Esto corresponde a una escala 1:2 en área.

Después cuestiónales lo siguiente: *Si aumenta al doble las tres aristas del cubo original ¿cuántos cubos originales necesita?* Esto corresponde a la escala 1:3 en volumen.

Con ejemplos de este tipo complementará la comprensión del tema de escala en áreas y volúmenes.

Página 61

- El colchón que le prepararon a Gulliver los liliputienses era $\frac{4}{12}$ de un colchón en las dimensiones reales de Gulliver, es decir era muy delgado. En cuanto al largo y ancho, el colchón era $\frac{150}{2}$ en proporción a un colchón en las dimensiones reales de Gulliver, es decir, tuvo un tamaño suficiente para que cupiera.

Por lo menos 12 capas.

72 cocineros.

1 728 veces más que una avellana en dimensiones de Gulliver, ya que en Brobdingnag las cosas son 12 veces más grandes.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Recuérdelos que el volumen de un prisma se puede obtener multiplicando el área de la base por la altura, y las características que tiene una variación proporcional directa entre dos cantidades.

Los ejercicios de esta página permitirán que los alumnos integren el tema de escalas con el de expresiones algebraicas.



Una avellana "normal" pesa aproximadamente 2 g; como el peso es proporcional al volumen y éste es $12 \times 12 \times 12 = 1\,728$ veces mayor en Brobdingnag, la avellana pesará $2 \times 1\,728 = 3\,456$ g. ¡Unos 3.5 kg!
Si el diámetro de una avellana normal es de aproximadamente 1.5 cm, ¿cuál será su diámetro en el país de los gigantes?

CRECE Y DECRECE

Si la medida de la base de una caja es 4 m^2 y se desconoce la altura, ¿cómo calculas el volumen de la caja?

Indica en función de la altura (que denotaremos por x) su volumen. _____

Observa que el volumen será proporcional a la altura.

Ahora, pensemos que la altura de la caja queda fija, 8 m. Escribe el volumen en función de la base que denotaremos por B . _____

Observa que ahora el volumen es proporcional a la base y ésta a su vez es proporcional al ancho y al largo que denotaremos con y y z , respectivamente, entonces el volumen se escribe como _____

Usando x para denotar la altura, y para el ancho y z para el largo, se tiene que el volumen de un prisma recto es simultáneamente proporcional a las medidas x , y , z .

Escribe la fórmula para calcular el volumen de un prisma de base rectangular utilizando las variables x , y , z . _____

Describe otras situaciones donde la proporcionalidad sea múltiple. _____

Cápsula

Cuando una cantidad es simultáneamente proporcional a otras dos cantidades, se dice que se tiene una *proporcionalidad múltiple*.

Entre los arquitectos mexicanos más destacados está Pedro Ramírez Vázquez que se encargó entre otras grandes obras de la construcción del Museo Nacional de Antropología que primero dibujo a escala y luego materializó en 1964.



SOLUCIONES

Página 62

18 cm

CRECE Y DECRECE

$4x$

$8B$

xyz

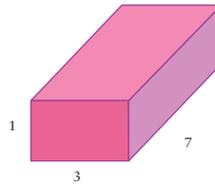
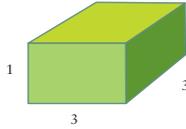
xyz

La cantidad de agua que consumen un determinado número de familias en un periodo de tiempo.

Observa la siguiente caja y sus dimensiones.

¿En qué proporción se debe cambiar el largo (7) para que sea igual al ancho (3)? _____

Se obtendrá entonces una caja como la siguiente.



¿En qué proporción se debe cambiar el alto para obtener un cubo?

¿En qué proporción cambió el volumen? _____

Hay distintas formas de calcularlo, discute tu método con tus compañeros y escribe tus conclusiones. _____

Si las dimensiones de un cubo se duplican, ¿cómo cambia el volumen?

¿Cómo cambia la superficie lateral del cubo? _____



ACTIVIDADES

1. Si se utilizan 3 tractores por cada 17 hectáreas de cultivo, ¿cuántos tractores se necesitan para un cultivo de 187 hectáreas?



Recuérdelos que una razón se puede interpretar como la comparación de dos cantidades y que la igualdad de razones da origen a una proporción.

Enriquezca las actividades de esta página pidiéndoles que se ejerciten resolviendo problemas de razones fraccionarias y de proporciones obtenidas con estas razones.

Página 63

En $\frac{3}{7}$

En 3

En $\frac{9}{7}$

El volumen de la caja es x veces el volumen del cubo, entonces:

Volumen caja (x) = Volumen cubo

$$x = \frac{\text{Volumen cubo}}{\text{Volumen caja}} = \frac{27}{21} = \frac{9}{7}$$

Cambia en una proporción de 8 con respecto al cubo original.

Cambia en una proporción de 4 respecto al cubo original.

ACTIVIDADES

1. 33 tractores

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Indique a los alumnos que organicen los datos de la actividad 2 en forma de una pequeña tabla, y después que apliquen una “regla de 3”.

Por ejemplo:

Tabla

kg de músculo	kg de peso
2	5
x	90

“Reglade 3” $x = \frac{90 \times 2}{5}$

$$x = 36$$

Enfatice que validen sus respuestas y razonen si resuelven el problema o son ilógicas.

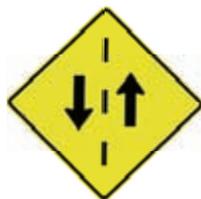
Pídales que recuerden cómo se opera con fracciones y con números decimales, ya que con frecuencia se equivocan en esto.



2. Un atleta tiene 2 kg de músculo por cada 5 kg de su peso. Si pesa 90 kg, ¿cuántos kilogramos de músculo tiene?

3. En un mapa de la República Mexicana, la escala muestra que un centímetro representa 250 kilómetros. Si la distancia en línea recta entre la Ciudad de México y Mérida es de 4.5 cm en el mapa, ¿cuál es el tiempo aproximado que tardaría un avión en recorrer el trayecto en línea recta si viaja a 600 km por hora?

4. Un kilómetro es aproximadamente $\frac{3}{5}$ de una milla. Si la velocidad máxima en una carretera de Canadá es de 90 kilómetros por hora, aproximadamente, ¿a qué velocidad en millas por hora se puede ir sin exceder la velocidad máxima?



TRABAJO EN EQUIPO

1. Si 4 pintores pintan 17 m² en 10 minutos, ¿cuántos metros cuadrados pueden pintar 20 pintores en 30 minutos, si todos trabajan al mismo ritmo?



SOLUCIONES

Página 64

- 36 kilogramos de músculo
- 1 hora 52 min
- 54 millas por hora

TRABAJO EN EQUIPO

- 255 m²

2. Un camión necesita 36 litros de diesel para hacer un recorrido de 320 kilómetros. Con el mismo gasto de diesel, ¿cuántos litros necesitará para un viaje de 440 kilómetros?



3. La razón del salario de Pablo respecto al de Sofía es de 4 a 5. Si Sofía gana \$ 3 200, ¿cuánto hay que aumentarle el salario a Pablo para que la razón de salarios sea de 5 a 6?

4. Juan tiene un trabajo en el que le pagan \$6.50 por hora.

- (a) ¿Cuánto ganó el lunes si trabajó $3\frac{3}{5}$ horas?
 (b) El martes ganó \$32.50, ¿cuántas horas trabajó?
 (c) Prueba que la razón del tiempo trabajado respecto a lo ganado en ambos días forman una proporción.

¿Quién tiene más?

Seis amigos: Miguel, Rodrigo, Pablo, Óscar, Daniel y Aldo tienen, entre todos, 61 figuritas. Miguel tiene más figuritas que Rodrigo y Rodrigo tiene más que Pablo. Óscar tiene menos que Miguel pero más que Pablo y no tantas como Rodrigo. Daniel tiene menos figuritas que Aldo y más que Rodrigo. Aldo tiene más figuritas que Miguel. Si ninguno tiene menos de 8 figuritas ¿Cuántas figuritas tienen cada uno de los seis amigos?



¿Quién tiene más?

Este tipo de problemas de relaciones favorecen la exploración y el uso de diversas estrategias de resolución.

Una de las estrategias que pueden utilizar es relacionar a los amigos con los símbolos de “menor que” y “mayor que” en combinación con una tabla de valores.

Con los símbolos de “menor que” y “mayor que”, se concluye que Pablo es quien tiene menos figuras que todos.

La cantidad de figuras que tiene cada uno se puede calcular con una tabla donde se anote el número de figuras que tiene cada persona y que además satisfaga las condiciones: “ninguno tiene menos de 8 y entre todos tienen 61”.

Página 65

2. 49.5 litros
3. Hay que aumentar \$106.6 al sueldo de Pablo.
4. a) \$23.4
 b) 5 horas
 c) Si convertimos el tiempo trabajado el martes a quintos, tenemos que el lunes trabajó $\frac{18}{5}$ de hora y el martes, $\frac{25}{5}$ de hora. Al resolver:
- $$\$23.4 \div \frac{18}{5} = \$6.50 \qquad \$32.5 \div \frac{25}{5} = \$6.50, \text{ vemos}$$
- que en ambos casos se obtiene \$6.50, que es la cantidad que gana Juan por hora.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

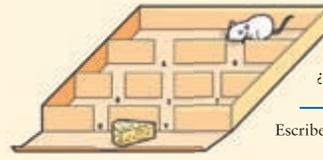
Una de las principales dificultades que tiene la mayor parte de los alumnos en la resolución de problemas de conteo, es que se confunden al realizar un diagrama de árbol o un arreglo rectangular.

Es por eso que conviene que haga una revisión de estos conceptos mediante de la resolución de problemas de combinaciones con prendas de ropa, colores, número de rutas en un laberinto (como el de esta página), combinaciones de un candado, posibles resultados de encuentros de equipos de fútbol o basquetbol, etcétera.

TEMA 6

A contar

CAMINOS DISTINTOS



En un laboratorio se estudia el comportamiento de un ratón mientras intenta salir de un laberinto, como se muestra en la figura.

¿Cuántos caminos diferentes crees que puede seguir el ratón?

Escribe otros 3 caminos posibles ARU, _____,

Es necesario seguir un orden para encontrar todos los caminos posibles. Por tanto, un diagrama de árbol nos puede ser muy útil. En dicho diagrama debemos indicar lo siguiente.

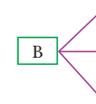
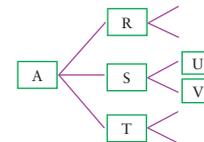


1ª pared
2 elecciones

2ª pared
3 elecciones

3ª pared
2 elecciones

■ Completa el árbol.



↓ 2 × ↓ 3 × ↓ 2

66 BLOQUE 1

PROBLEMAS DE CONTEO



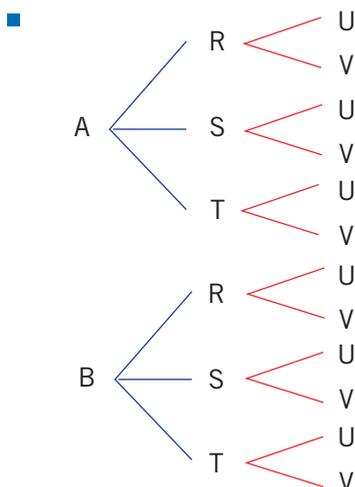
SOLUCIONES

Página 66

CAMINOS DISTINTOS

12

Por ejemplo: ASV, BSV, BRU

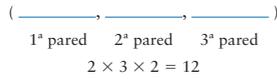


Ahora es fácil obtener el número de caminos pues basta observar que se tienen:

- 2 posibilidades para la primera pared
- 3 posibilidades para la segunda pared

Así que hay $2 \times 3 = 6$ posibilidades para pasar la 1ª y 2ª pared; esas 6 hay que multiplicarlas por 2, que son las posibilidades que hay para pasar la 3ª pared, por lo que hay 12 posibles caminos diferentes.

Se puede pensar también en un arreglo con 3 entradas, donde se coloque en cada entrada una de las posibilidades de cada pared:



Para ir de la casa de Juan a la de Pablo hay 5 caminos diferentes y para ir de casa de Pablo a la de Sofía hay 3. Si Juan va a pasar por Pablo y después a casa de Sofía, ¿cuántos caminos distintos puede tomar Juan?

■ Haz un diagrama de árbol y luego escribe la respuesta.



Otra forma de hacerlo es usando un diagrama rectangular:

Como hay 5 caminos de la casa de Juan a la de Pablo, llamemos esos caminos A, B, C, D, y E.

A los 3 caminos de casa de Pablo a la de Sofía los denotaremos por P, Q y R.

Haga que los alumnos reflexionen proporcionándoles problemas como el que se muestra, con alguna variante. Trate de que siempre discutan y analicen las diversas estrategias de conteo que pueden utilizar.

Verifique que hayan entendido la relación entre los diagramas de árbol y la resolución por medio de multiplicaciones sucesivas y explíqueles que los diagramas son útiles cuando se tienen pocos datos, pero no funcionan cuando son demasiados.

Página 67

2, 3, 2

15 caminos

