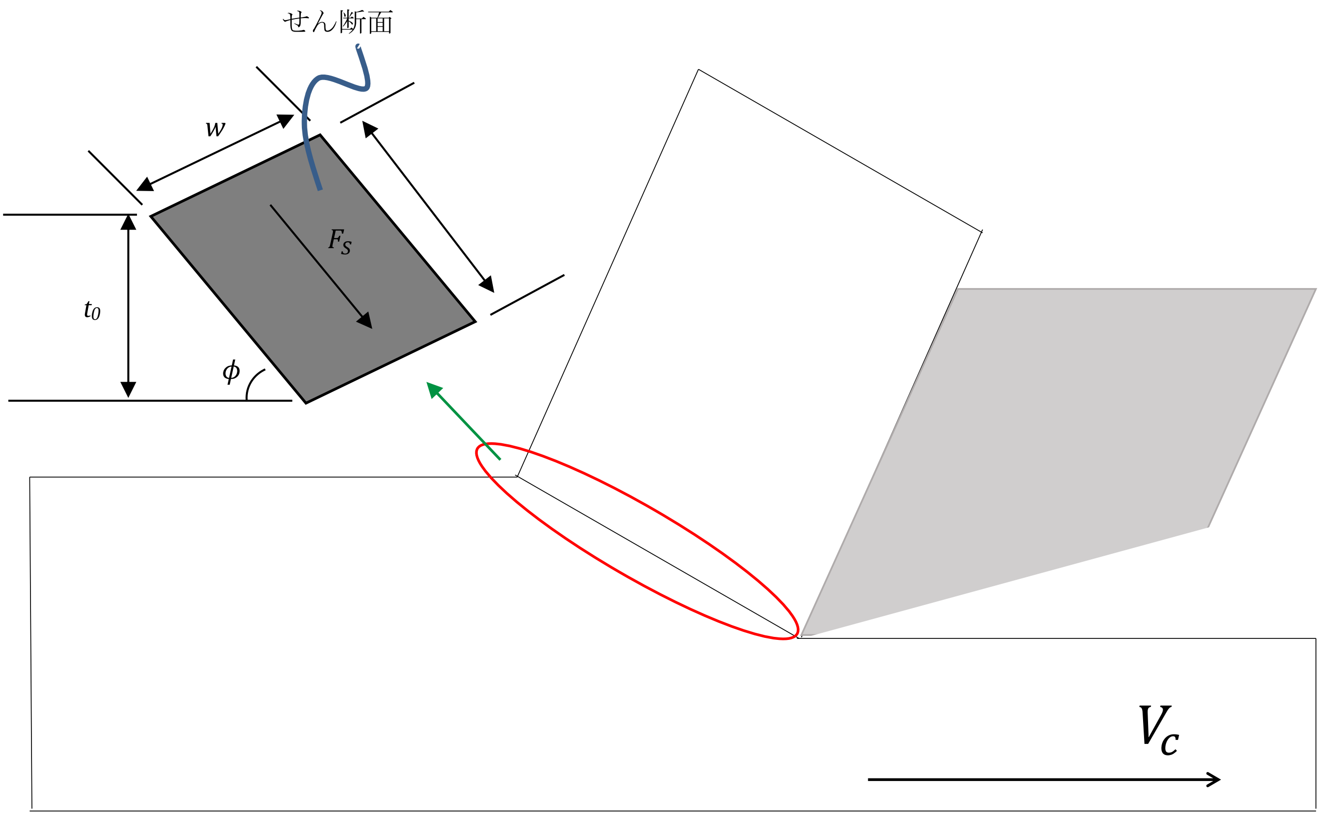


図：せん断面.

せん断力(F_s)によってせん断面に発生する応力は、せん断応力(S)という。したがって、以下の式が成り立つ。

$$S = \frac{F_S}{A} \tag{2}$$

式(2)のAは、せん断面の面積を表す。また、せん断面は以下の関係式を持つ。

$$A = l \times w \tag{3}$$

式(2)の lは、せん断面の長さで、wはせん断面の幅を表す。図を参考にする。

また、図に示すようにt_0において以下の式が成り立つ。

$$t_0 = l \times \sin\phi \tag{4}$$

したがって、せん断面の長さは以下の式で表わす。

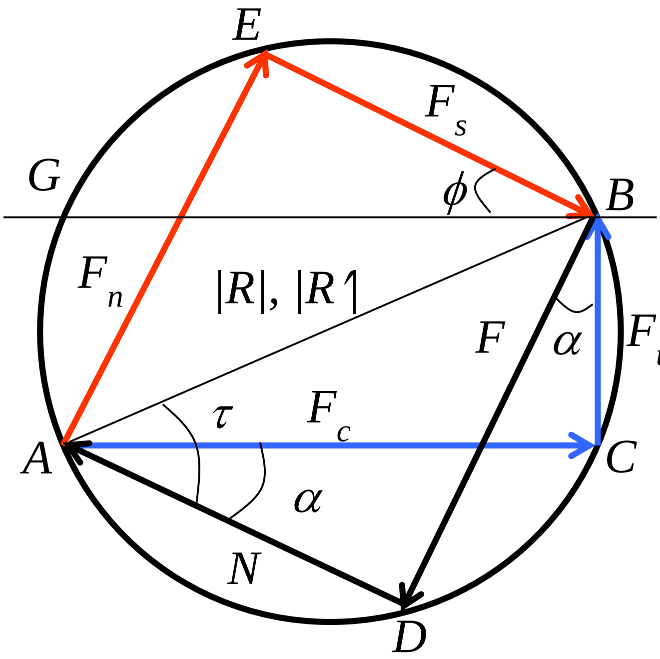
$$l = \frac{t_0}{\sin\phi} \tag{5}$$

式(3)と式(5)より以下の関係が成り立つ。

$$A = \frac{t_0}{\sin\phi} \times w = \frac{t_0 \cdot w}{\sin\phi} \tag{6}$$

また、式(2)と式(6)よりせん断応力を以下に示す。

$$S = \frac{F_S}{\frac{t_0 \cdot w}{\sin\phi}} = \frac{F_S \sin\phi}{t_0 \cdot w} \tag{7}$$



図：幾何学的関係.

RとR'は同じ大きさであるから直径として、図のように力をまとめることが出来る。

この円を用いて幾何学的にそれぞれの力がなす角を導き、合力と分力の関係を知ることが出来る。

実際にこの円を用いて、幾何学的に合力と分力の関係を求める。

AB は円の直径である。

$\angle BAD = \tau$ である。 (8)

$\angle CBD = \alpha$ であり、弧CDについてみると $\angle CBD = \angle CAD = \alpha$ (9)

よって、$\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = \tau - \alpha$ (10)

また、$\angle EBG = \phi$であり、ACとBGは平行であるから$\angle BAC = \angle ABG = \tau - \alpha$ となる。

よって、$\angle ABE = \angle EBG + \angle ABG = \phi + \tau - \alpha$ (11)

$R, R', F_t, F_c, F_n, F_s, F, N$などとの関係式を表せるが、特に、$F_c$と$F_s$と$R$との関係が重要になるので以下に示す。

図より

$$F_c = R\cos(\angle BAC) \quad (12)$$

式(10)の$\angle BAC = \tau - \alpha$を式(12)に代入すると以下の式が成り立つ。

よって

$$F_c = R\cos(\tau - \alpha) \quad (13)$$

図より

$$F_s = R\cos(\angle ABE) \quad (14)$$

式(11)の$\angle ABE = \phi + \tau - \alpha$を式(14)に代入すると以下の式が成り立つ。

よって

$$F_s = R\cos(\phi + \tau - \alpha) \quad (15)$$

など合力と分力の関係を幾何学的に求めることが出来る。

表 5.式のまとめ

表現	式	備考
$\vec{R} = -\vec{R'}$	(1)	力学的条件
$\angle BAD = \tau$	(3)	力学的条件・ 幾何学的関係式
$\angle CBD = \angle CAD = \alpha$	(8)	
$\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = \tau - \alpha$	(10)	
$\angle ABE = \angle EBG + \angle ABG = \phi + \tau - \alpha$	(11)	
$F_c = R\cos(\tau - \alpha)$	(13)	
$F_s = R\cos(\phi + \tau - \alpha)$	(15)	

式(16)から式(19)は、最大せん断応力論に関係があるため省略。

最低エネルギー論でせん断角(ϕ)を求める。

式(13)より

$$R = \frac{F_c}{\cos(\tau - \alpha)} \tag{20}$$

式(15)より

$$R = \frac{F_s}{\cos(\phi + \tau - \alpha)} \tag{21}$$

式(21)と式(22)より

$$\frac{F_S}{\cos(\phi + \tau - \alpha)} = \frac{F_c}{\cos(\tau - \alpha)}$$

$$F_S = F_c \times \frac{\cos(\phi + \tau - \alpha)}{\cos(\tau - \alpha)} \tag{22}$$

式(7)と上記の式(22)より

$$S = F_c \times \frac{\cos(\phi+\tau-\alpha)}{\cos(\tau-\alpha)} \times \frac{\sin\phi}{t_0 \cdot w} \tag{23}$$

式(23)より

$$F_c = \frac{S \cdot w \cdot t_0}{\sin\phi} \times \frac{\cos(\tau-\alpha)}{\cos(\phi+\tau-\alpha)} \tag{24}$$

式(24)を整理する

$$F_c = S \cdot w \cdot t_0 \cos(\tau-\alpha) \times \left[\frac{1}{\sin\phi\cos(\phi+\tau-\alpha)}\right] \tag{25}$$

ここで、動力について考える

動力をP_c ，切削速度V_cとすると

$$P_c = F_c \times V_c \tag{26}$$

式(25)と式(26)より

$$P_c = S \cdot w \cdot t_0 \cos(\tau-\alpha) \times V_c \times \left[\frac{1}{\sin\phi\cos(\phi+\tau-\alpha)}\right] \tag{27}$$

式(27)の $S \cdot w \cdot t_0 \cos(\tau-\alpha) \times V_c$ は定数であるから C とおく

$$S \cdot w \cdot t_0 \cos(\tau-\alpha) \times V_c = C \tag{28}$$

式(27)と式(28)より

$$P_c = C \times \left[\frac{1}{\sin\phi\cos(\phi+\tau-\alpha)}\right] \tag{29}$$

また、式(29)について

$$\sin\phi\cos(\phi+\tau-\alpha) = f \tag{30}$$

とおくと

$$P_c = C \times \frac{1}{f} \tag{31}$$

エネルギーが最小であることが前提とすることが切削エネルギーの最小化であることを考える。

式(31)を見ると C は定数であるから、変化させることができないので f について考える

f を大きくすることによって P_c を小さくすることができる

つまり

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = 0 \tag{32}$$

とすればよい(図 8)

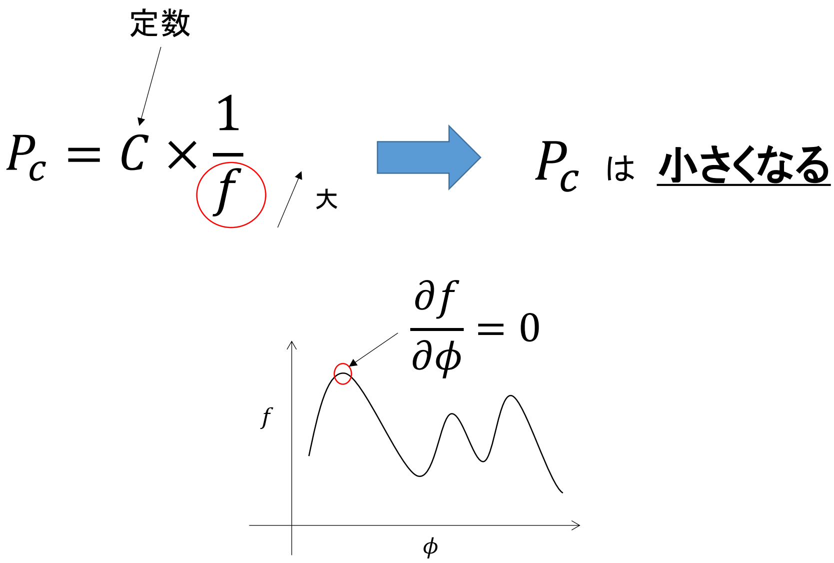


図 8：数学的知識

式(31)と式(32)より

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial x}\sin\phi \times \cos(\phi + \tau - \alpha) + \sin\phi \times \frac{\partial}{\partial x}\cos(\phi + \tau - \alpha)$$

$$= \cos\phi\cos(\phi + \tau - \alpha) - \sin\phi\sin(\phi + \tau - \alpha) \tag{33}$$

ここで

加法定理：

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \tag{34}$$

式(33)と式(34)より

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = \cos\phi \cos(\phi + \tau - \alpha) - \sin\phi \sin(\phi + \tau - \alpha)$$

$$= \cos(\phi + \phi + \tau - \alpha)$$

$$= \cos(2\phi + \tau - \alpha) \tag{35}$$

式(32)と式(35)より

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = \cos(2\phi + \tau - \alpha) = 0 \tag{36}$$

$\cos\theta$が 0 になるときは、$\frac{\pi}{2}$ である。

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \tag{37}$$

式(36)と式(37)より

$$2\phi + \tau - \alpha = \frac{\pi}{2} \tag{38}$$

式(38)より

$$2\phi = \frac{\pi}{2} - \tau + \alpha$$

$$\phi = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(\alpha - \tau) \tag{39}$$