



図：幾何学的関係.

R と R' は同じ大きさであるから直径として、図のように力をまとめることができる。

この円を用いて幾何学的にそれぞれの力がなす角を導き、合力と分力の関係を知ることが出来る。

実際にこの円を用いて、幾何学的に合力と分力の関係を求める。

AB は円の直径である。

$$\angle BAD = \tau \text{ である。} \quad (8)$$

$$\angle CBD = \alpha \text{ であり、弧} CD \text{ についてみると } \angle CBD = \angle CAD = \alpha \quad (9)$$

$$\text{よって、} \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = \tau - \alpha \quad (10)$$

また、 $\angle EBG = \phi$ であり、 AC と BG は平行であるから $\angle BAC = \angle ABG = \tau - \alpha$ となる。

$$\text{よって、} \angle ABE = \angle EBG + \angle ABG = \phi + \tau - \alpha \quad (11)$$

$R, R', F_t, F_c, F_n, F_s, F, N$ などとの関係式を表せるが、特に、 F_c と F_s と R との関係が重要になるので以下に示す。

図より

$$F_c = R \cos(\angle BAC) \quad (12)$$

式(10)の $\angle BAC = \tau - \alpha$ を式(12)に代入すると以下の式が成り立つ。

よって

$$F_c = R \cos(\tau - \alpha) \quad (13)$$

図より

$$F_s = R \cos(\angle ABE) \quad (14)$$

式(11)の $\angle ABE = \phi + \tau - \alpha$ を式(14)に代入すると以下の式が成り立つ。

よって

$$F_s = R \cos(\phi + \tau - \alpha) \quad (15)$$

など合力と分力の関係を幾何学的に求めることが出来る。

表 5.式のまとめ

表現	式	備考
$\vec{R} = -\vec{R}'$	(1)	力学的条件
$\angle BAD = \tau$	(3)	力学的条件・ 幾何学的関係式
$\angle CBD = \angle CAD = \alpha$	(8)	
$\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = \tau - \alpha$	(10)	
$\angle ABE = \angle EBG + \angle ABG = \phi + \tau - \alpha$	(11)	
$F_c = R \cos(\tau - \alpha)$	(13)	
$F_s = R \cos(\phi + \tau - \alpha)$	(15)	

最大せん断応力論でせん断角(ϕ)を求める。

$$F_s = F_n \quad (16)$$

AB は円の直径

以上より

$$\angle ABE = \left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} \quad (17)$$

式(11)と式(17)より

$$\frac{\pi}{4} = \phi + \tau - \alpha \quad (18)$$

よって

$$\phi = \frac{\pi}{4} + (\alpha - \tau) \quad (19)$$