

1. SIMETRÍAS

FUNCIÓN PAR: Si una función f verifica que $f(x)=f(-x)$, se dice que la función es par y entonces su gráfica es **simétrica respecto del eje OY**.

La explicación es simple, ya que si un punto (a,b) pertenece a la gráfica entonces $f(a)=f(-a)=b$, es decir el punto $(-a,b)$ también pertenece a la gráfica: los puntos (a,b) y $(-a,b)$ están a la misma altura, b y a igual distancia, $|a|$, del eje OY.

Ejemplos: Cualquier función polinómica que sólo tenga términos de grado par es una función par, como $f(x)=0.25x^4-2x^2$; $f(x)=x^2-1$. También son pares las funciones $f(x)=(x^3-5x)/(x^3-2x)$, $f(x)=\cos(x)$

FUNCIÓN IMPAR: Si una función verifica que $f(-x)=-f(x)$, se dice que es función impar y entonces su gráfica es **simétrica respecto del origen de coordenadas $O(0,0)$** .

La explicación es simple, ya que si un punto (a,b) pertenece a la gráfica, entonces $b=f(a) \leftrightarrow -b=-f(a)=f(-a)$

Los puntos $P(a,b)$ y $P'(-a,-b)$ pertenecen a la gráfica y evidentemente son simétricos respecto del origen $O(0,0)$ puesto que $\text{dist}(OP)=\text{dist}(OP')$, pues

$$\text{dis}(OP) = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \text{dis}(OP') = \sqrt{(-a)^2 + (-b)^2}$$

Ejemplos: Cualquier función polinómica con sólo términos de grado impar como $f(x)=5x^3-5x$ es función impar. También son impares $f(x)=x^3/(x^2+1)$; $f(x)=\text{sen}(x)$; $f(x)=\text{tg}(x)$