

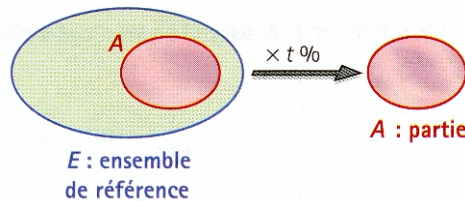
## PORCENTAJES

### 1. Porcentaje instantáneo: razón de una parte respecto al todo.

**Definición:** Sea E un conjunto que contiene un número  $n$  finito de elementos, llamado conjunto de referencia. Sea A una parte de E con  $p$  elementos. La parte en porcentaje de A en E es el número  $t$  tal que:

$$\frac{t}{100} = \frac{p}{n} = \frac{\text{número de elemntos de A}}{\text{número de elementos de E}} \quad \text{o bien} \quad t = \frac{p}{n} \times 100$$

#### Idea gráfica

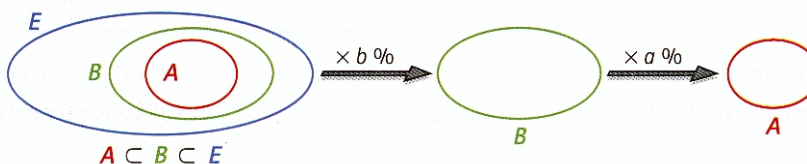


- Expresar una parte en porcentaje resulta de considerar que el conjunto de referencia equivale al 100%. Luego, una parte en porcentaje siempre será un número entre 0% y 100%.
- La razón de una parte respecto de un todo se puede expresar como una **proporción**, un **porcentaje de repartición**, una **tasa** o un **coeficiente**.

**ejemplo 1.** Supongamos que en una carrera universitaria, 7 de cada 10 estudiantes logran titularse. Entonces, podemos decir: "7 de cada 10 obtienen su título", o "70% logra titularse", o "la tasa de éxito es del 70%" o bien "el coeficiente de éxito es de 0,7".

Cuando A está incluido en B y B lo está en E, también es posible obtener el porcentaje de A respecto de E calculando **porcentaje de porcentaje**.

#### Idea gráfica



**ejemplo 2.** El 75% de un curso son niñas. El 40% de las niñas elige un electivo matemático. Luego, las alumnas que están en el electivo representan el 40% del 75% del total alumnos, es decir,

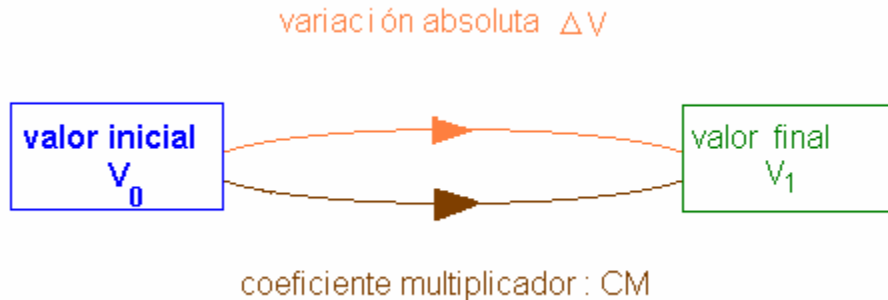
$$\frac{40}{100} \times \frac{75}{100} \quad \text{o sea el } 30\%$$

Por lo tanto si hay 12 niñas en el electivo matemático, el número total de alumnos será 40, pues

$$\frac{30}{100} = \frac{12}{n} \quad \text{de donde} \quad n = 12 \times \frac{100}{30} = 40.$$

## 2. Porcentaje de evolución

Cuando una magnitud evoluciona entre dos instantes, podemos visualizar esta evolución mediante el siguiente esquema



$$\times \left( 1 + \frac{t}{100} \right)$$

**t** indica el **porcentaje de evolución** (o tasa de cambio).

Luego;

$$\text{CM: } \frac{V_1}{V_0} = 1 + \frac{t}{100} \quad \text{o bien} \quad V_1 = V_0 \times \left( 1 + \frac{t}{100} \right) \quad \text{o bien} \quad t = (CM - 1) \times 100$$

**ejemplo 3.** Un artículo vale \$ 120 a **tiempo 0**, y vale \$ 138 a **tiempo 1** (los tiempos 0 y 1 son arbitrarios). La siguiente tabla indica las diferentes maneras de expresar esta evolución:

evolución	expresión	ejemplo
variación absoluta	$\Delta V = V_1 - V_0$	$\Delta V = 138 - 120 = 18$ aumenta \$18
variación relativa	$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$	$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{18}{120} = 0,15$
porcentaje de evolución	$\frac{t}{100} = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} - 1$	$t = 0,15 \times 100 = 15\%$
coeficiente multiplicador	$CM = 1 + \frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0}$	$CM = \frac{138}{120} = 1,15$
índice de variación	$I_{\%} = \frac{V_1}{V_0} \times 100$	$I_{\%} = 115$

- La variación absoluta siempre se expresa en las unidades de la magnitud en estudio; en este ejemplo, \$
- El porcentaje de evolución se utiliza mayormente cuando la evolución es pequeña (inferior al 100%)
- El **coeficiente multiplicador (CM)** es muy utilizado en cálculos cuando las variaciones son importantes, es decir, sobre el 100%

**ejemplo 4.** Durante los años 90, en Brasil, los precios de los alimentos se multiplicaron por 28. ¿Cuánto fue la inflación entonces?.

$$CM = 28 \text{ luego, } t = (CM-1) \times 100 = (28-1) \times 100 = 2700,$$

es decir los precios aumentaron en un 2 700 %, o sea, la inflación fue del 2 700%.

**ejemplo 5.** ¿Qué sucede cuando los precios bajan?. Suponga que una lavadora que costaba \$ 80 000 fue rebajada a \$ 68 000. Entonces,

$$CM = \frac{68\,000}{80\,000} = 0,85; \text{ luego } t = (CM-1) \times 100 = (0,85-1) \times 100 = -15$$

Por lo tanto, el valor ha disminuido en un 15%

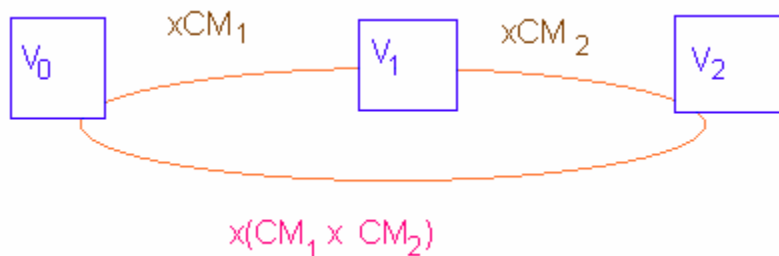
El coeficiente multiplicador es inferior a uno y la tasa es negativa.

Cuando una magnitud sufre variaciones sucesivas, se utilizan los coeficientes multiplicadores para obtener la evolución acumulada (o global)

### Evoluciones sucesivas

Si una magnitud  $V_0$  varía en  $t_1$  %, y luego varía en  $t_2$ %, entonces su valor está multiplicado por:

$$\left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$$



Es decir,  $CM = CM_1 \times CM_2$

El producto de los coeficientes multiplicadores parciales da el coeficiente multiplicador global.

**ejemplo 6.** El precio de un producto sufre un aumento del 20%, y luego una disminución del 15%. ¿Cuál es la real variación del precio de ese producto?

$$\text{Tenemos : } CM_1 = 1 + \frac{20}{100} = 1,2 \quad \text{y} \quad CM_2 = 1 - \frac{15}{100} = 0,85 .$$

Luego,  $CM = 1,2 \times 0,85 = 1,02$ . Por lo tanto,  $t = (CM-1) \times 100 = (1,02 - 1) \times 100 = 2$ , es decir, el precio aumentó en 2 %.