

DIRECCIÓN NACIONAL DE CURRÍCULO Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS

BÁSICA GENERAL

MATEMÁTICA

7°



Módulo Autoinstruccional
de Aprendizaje

Modalidad Andragógica
para Jóvenes y Adultos

Actualización 2020

AUTORIDADES

S. E. Maruja Gorday de Villalobos
Ministra

S. E. Zonia Gallardo de Smith
Viceministra Académica

S. E. José Pío Castellero
Viceministro Administrativo

S. E. Ricardo Sánchez
Viceministro de Infraestructura

Guillermo Alegría
Director General de Educación

Carmen Reyes
Directora Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Agnes de Cotes
Directora Nacional de Jóvenes y Adultos

**COLABORADORES EN REVISIÓN Y
ACTUALIZACIÓN DE LOS MÓDULOS (2020)**

KARINA RUEDA

RENÉ PÉREZ

ROBERTO MARTÍNEZ

ROSA MÁRQUEZ

BALBINO MACIAS

REVISIÓN ORTOGRÁFICA

YAVEL TORIBIO

COORDINADORA DE LA ACTUALIZACIÓN

ÁNGELA DE LANDERO

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN

MARÍA FERNANDA RESTREPO
(DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS)

ARACELLY AGUDO
(DIRECCIÓN NACIONAL DE CURRÍCULO Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA)

MÓDULO AUTOINSTRUCCIONAL DE APRENDIZAJE

MATEMÁTICA 7°

CONTENIDOS

Temas

1. Estructura de los Números Enteros.
2. Plano Cartesiano.
3. La distancia y comparación de los números enteros.
4. Adición y sustracción de los números enteros.
5. Multiplicación y división de los números enteros.
6. Potenciación de los números enteros.
7. Radicación de los números enteros.
8. Círculo y circunferencia.
9. Estadística.

ACTUALIZACIÓN 2020

INTRODUCCIÓN

Apreciados(as) participantes, recibe un cordial saludo y deseos de éxitos en este nuevo año lectivo. Te invito a compartir estos conocimientos en la asignatura de MATEMÁTICA, la cual te ayudará al desarrollo integral de tu vida personal y profesional.

Estaremos cubriendo temas significativos de las áreas de Aritmética, Geometría, Estadística, ramas de la Matemática.

En este módulo instruccional, para una mejor comprensión es necesario que lea detenida y críticamente el contenido facilitado de cada tema, encontrará una serie de ejemplos que complementan la teoría, posterior a esta se encuentran las actividades (Taller, Prácticas, Tareas, etc.), que podrá trabajar de manera individual o grupal, según lo requiera.

Los objetivos que debemos alcanzar en este nivel de séptimo grado son los siguientes:

- ✓ **Identifica** la necesidad de extender el conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros.
- ✓ **Reconoce** la importancia que tienen los números enteros en el desarrollo de la humanidad.
- ✓ **Interpreta y analiza** datos conocidos para dar respuestas a situaciones diversas del entorno o de la vida cotidiana.
- ✓ **Aplica** operaciones fundamentales con números enteros en situaciones de la vida diaria.

Al finalizar el estudio de este módulo, estarás en capacidad de ponerlo en práctica tanto en lo personal, como en lo profesional y laboral.

Los criterios de evaluación (**auto y coevaluación**) serán consensuados entre los facilitadores y participantes.

Para que te sea más fácil el desarrollo del módulo sigue las indicaciones:

1. Lea la totalidad de las unidades.
2. Anota tus dudas en el texto paralelo.
3. Desarrolle las actividades y experiencias de aprendizaje.
4. Se aconseja no dejar acumular las actividades.
5. Desarrolle las actividades de evaluación final.
6. Si tienes alguna duda, consulta a tu facilitador.
7. Cumpla con los tiempos de entrega de las asignaciones.

ESTRUCTURA GENERAL DEL MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE

El Módulo que tienes en tus manos es un instrumento de apoyo para tu auto aprendizaje y en él se detallan los materiales de estudio, de tal manera que puedas como participante administrar los contenidos y actividades de aprendizaje que encontrarás en el mismo sin la ayuda de un tutor. A continuación, te describo:



SABERES PREVIOS

Es un puente de conocimiento entre lo que sabes y lo nuevo que vas a aprender, para lograr nuevos aprendizajes y reforzar otros.



CONTENIDOS

Los contenidos son temas breves y sencillos que se desarrollan en el módulo para lograr aprendizajes significativos.



EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE

Son un cúmulo de experiencias que se te ofrecen después de cada tema o contenido estudiado y te llevarán a aplicar lo aprendido.



LOS TEXTOS PARALELOS:

Son espacios donde podrás hacer tus reflexiones, anotaciones u observaciones.



CONSIGNAS DE APRENDIZAJE.

Recogen los objetivos planteados en la asignatura y se relacionan con las actividades y experiencias de aprendizaje.



AUTOEVALUACIÓN: Recoge la evaluación personal del trabajo que realizaste, con base a preguntas preestablecidas, para orientar la discusión y juicios de valor. Debes ser auto reflexivo y responsable en tu autoaprendizaje. Incluye la Coevaluación: que son aprendizajes. y trabajos que

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

Como se menciona en la presentación del módulo, la evaluación de los aprendizajes será a criterio del facilitador o profesor del curso consensuado con el participante o estudiante.

Estos criterios son:

CRITERIO	ACTIVIDADES, MEDIOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN	PORCENTAJE
<i>EVALUACION UNIDIRECCIONAL</i>	<ul style="list-style-type: none"> ○ Pruebas parciales ○ Pruebas cortas ○ Actividades tituladas: Experiencias de Aprendizaje ○ Trabajos en grupos ○ Trabajos individuales ○ Pruebas trimestrales ○ Participación en clases. ○ Actividades realizadas en plataformas digitales de aprendizaje. 	80%
<i>COEVALUACIÓN</i>	Consensuado entre participantes y guiado por el facilitador.	10%
<i>AUTOEVALUACIÓN</i>	Guiado por el facilitador y realizado por el estudiante.	10%
	TOTAL	100%

CONOCIMIENTOS PREVIOS

PRUEBA DIAGNÓSTICA

Activa tus conocimientos previos resolviendo los problemas sobre números naturales que aparecen a continuación.

Marca con una X la letra de la alternativa correcta, coloque el proceso. No usar calculadora.

1- Al efectuar la suma de $34 + 56 + 672 + 234 + 5 + 10 + 1234$ nos da:

- (a) 1235 (b) 2235 (c) 2245 (d) 2225

2- La suma de $9878 + 34567 + 34521 + 7658 + 34 + 9$ es igual a:

- (a) 86667 (b) 87667 (c) 76667 (d) 86677

3- Restar 12349 de 89000

- (a) 66651 (b) 76651 (c) 76659 (d) 76661

4- De 5345007 restar 239978

- (a) 5105029 (b) 5105021 (c) 6105029 (d) 51050

5- Multiplica 23×84

- (a) 1832 (b) 1931 (c) 1932 (d) 107

6- Efectué la multiplicación de 204×302

- (a) 61508 (b) 61608 (c) 51608 (d) 506

7- Dividir 2772 entre 12

- (a) 201 (b) 231 (c) 23 (d) 2760

8- Al dividir 4502 entre 45 nos da

- (a) 100, residuo = 0 (b) 100, residuo =2 (c) 1, residuo =2 (d) 4457

UNIDAD 1

ESTRUCTURA DE LOS NÚMEROS ENTEROS

OBJETIVOS:

- Representa los números enteros en la recta numérica enfatizando sus características.
- Emplea los números enteros, para resolver ejercicios y problemas en situaciones del contexto.

INTRODUCCIÓN

¿Sabías que, en Matemática, hay números que son positivos y otros negativos? Estas cantidades con signos, son muy importantes para realizar ciertas operaciones que, con los números naturales solos, no podrían realizarse. Recuerdas cuando decías: “a tres no le puedo quitar 6”. Con los números con signo positivo o negativo, ahora si puedes.

LOS NÚMEROS ENTEROS EXPRESAN SENTIDO POSITIVO O NEGATIVO

Para tener una visión amplia del mundo, es necesario conocer más sobre nuevos números y saber por qué no son suficientes los números naturales que usamos para contar y efectuar algunas operaciones matemáticas.

Cuando una cantidad expresa un sentido, además de su valor, como ser positiva o negativa, esto dice que existen cantidades con características diferentes a los números que ya se conocen. Los números con signo positivo o negativo se llaman números relativos; ellos pueden ser enteros o fraccionarios.

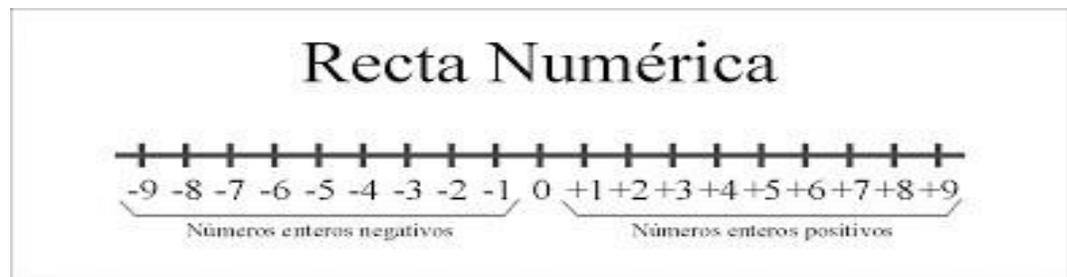
¿PARA QUE SIRVEN LOS NÚMEROS ENTEROS?

Los **números enteros**, representados por la letra Z, ayudan a comprender y manejar datos con más confianza cuando se plantean situaciones de la vida cotidiana, desde ese momento todo tiene más sentido lógico, al poder interpretar operaciones matemáticas de manera clara.

Los números enteros se usan en: medición de temperaturas, localización de lugares en el mapa, eventos históricos ocurridos antes y después del nacimiento de Cristo, ganancias y pérdidas en un negocio, la diferencia de horas entre países, alturas o profundidades en un terreno, etc.

Los números enteros se pueden representar por medio de la **recta numérica**, seccionada por segmentos y marcando el número cero como punto importante que separa los números positivos de los números negativos.

Los números enteros positivos, se ubican a la derecha del cero y los números enteros negativos a la izquierda del cero.



En el conjunto de los números enteros también encontramos los conceptos **opuesto** o **simétrico** al número entero tal, no es más que lo que verás a continuación.

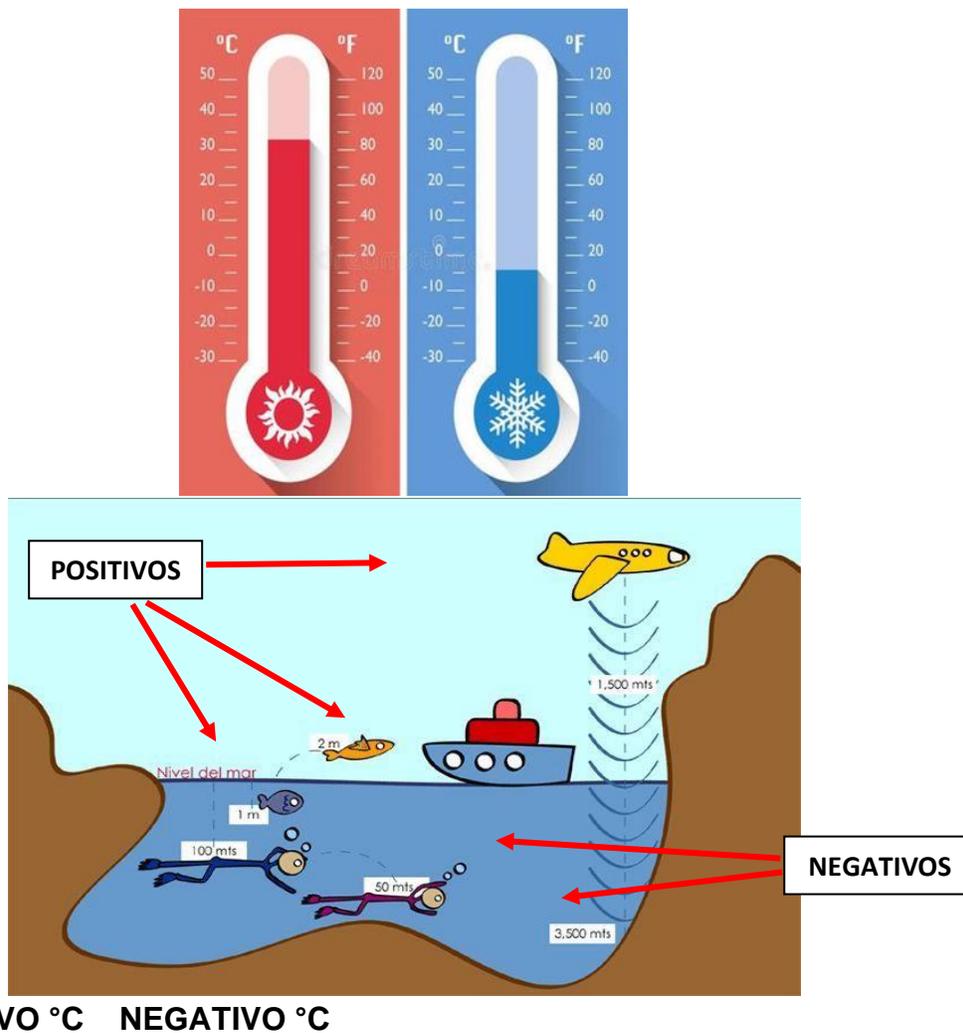
Ejemplos: El **opuesto** de +5 es -5, el opuesto de -3 es +3, el opuesto de -100 es +100. Cero es el único número que no es ni positivo ni negativo y tampoco tiene opuesto.

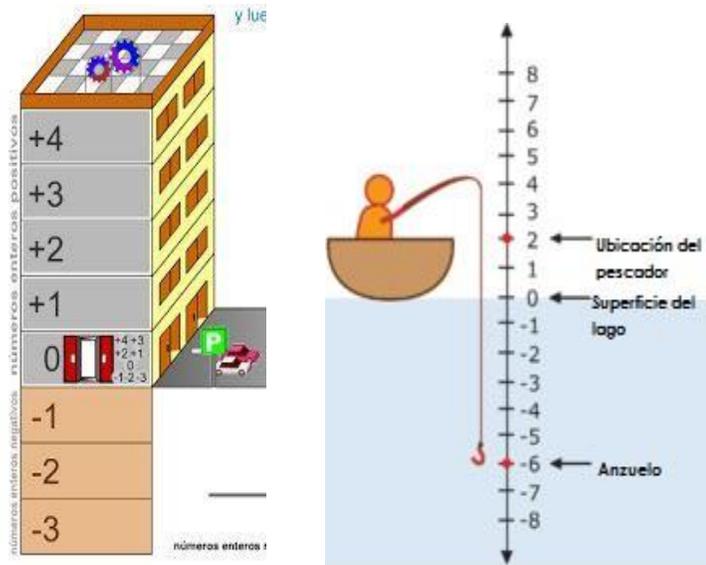
Algunos planteamientos que se deben tomar en cuenta al momento de analizar situaciones del entorno son:

Condición	Cantidad Positiva	Cantidad Negativa
Temperatura sobre cero.	*	
Temperatura bajo cero		*
Sobre el nivel del mar. (Altura)	*	
Bajo el nivel del mar. (Profundidad)		*

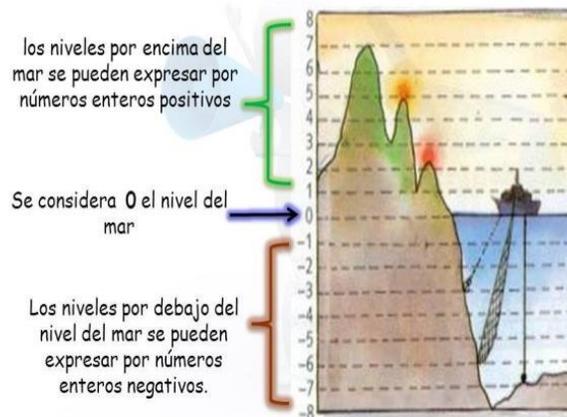
Antes de Cristo		*
Después de Cristo	*	
A la izquierda		*
A la derecha	*	
Bajo el punto de congelación (0° Centígrados)		*
Punto de ebullición (100° Centígrados)	*	

Visualiza estas imágenes, analiza y relaciona con lo indicado en la teoría.





Para medir altitudes.



ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°1

1. Dibuja una recta numérica y marca en ella los números entero +4 y su opuesto.



2. Coloque en el espacio lo solicitado:
 - a. El simétrico u opuesto del número +4 es el número: _____
 - b. El simétrico u opuesto del número -6 es el número: _____
 - c. ¿Tiene el número cero simétrico? _____

3. Ubica el número entero que indica cada letra mayúscula en la recta numérica:
A = -6, B = +3, C = -1, D = 1, E = -3, F = 7

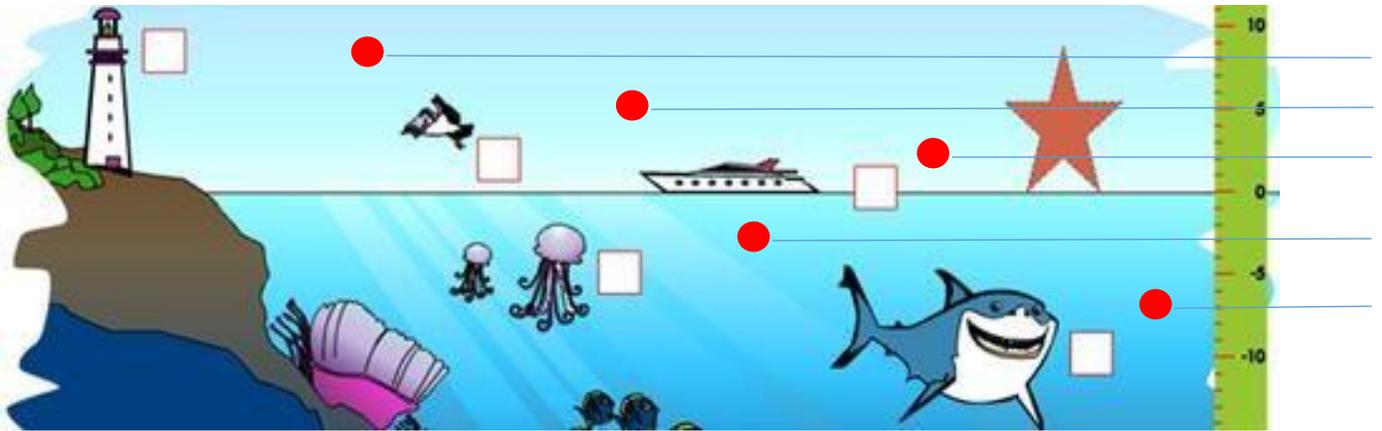


4. Escribe el número entero que corresponde de acuerdo a la situación planteada.
- Ocho grados bajo cero: _____
 - Pérdida de B/. 3.00: _____
 - 2538 pies sobre el nivel del mar: _____
 - Ganancia de B/. 255: _____
 - 275 años antes del nacimiento de Cristo: _____
 - Cuatro unidades a la izquierda de cero en la recta numérica: _____

5. Lea, analice y responda cada situación en la línea con las palabras **positivo**, **negativo o cero**.

- a) Si lanzo un anzuelo con una cuerda de pescar al río, la distancia del nivel del agua hasta donde está sumergido el anzuelo es: _____.
- b) A pesar de que le aconsejé a mi mejor amigo, que no se gastara todos los B/. 5.00 que tenía ahorrados, lo hizo. Esta cantidad ahora para él es: _____.
- c) Mi papá vende gallinas en el mercado y hoy pudo vender una buena cantidad de ellas, el producto de la venta, para mi papá será una cantidad: _____.

6. **Observa** la figura y coloque el número entero correcto en el recuadro que le corresponde a cada imagen. El punto rojo determina la posición exacta.



UNIDAD 2

PLANO CARTESIANO

OBJETIVO

- Representa correctamente las coordenadas en el plano cartesiano.
- Verifica la utilidad del plano cartesiano en situaciones del entorno.

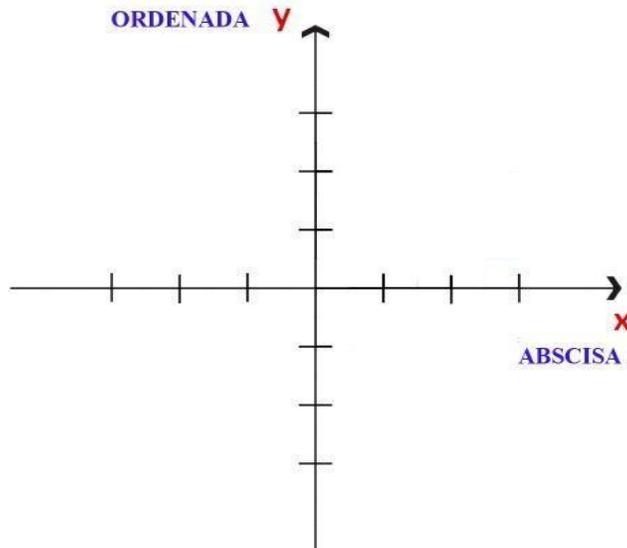
INTRODUCCIÓN

Plano Cartesiano es un sistema de referencia determinado por dos rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otro vertical, que se cortan en un punto llamado origen o cero del sistema. Su nombre cartesiano se debe al filósofo y matemático francés René Descartes.

Un plano cartesiano está formado por 4 cuadrantes o áreas producto de la unión de 2 rectas perpendiculares o coordenadas ortogonales y, 2 ejes conocidos como: el eje de las abscisas, ubicado de manera horizontal, identificado con la letra X y, el eje de las ordenadas, situado de manera vertical y, representado con la letra Y.

ELEMENTOS DEL PLANO CARTESIANO

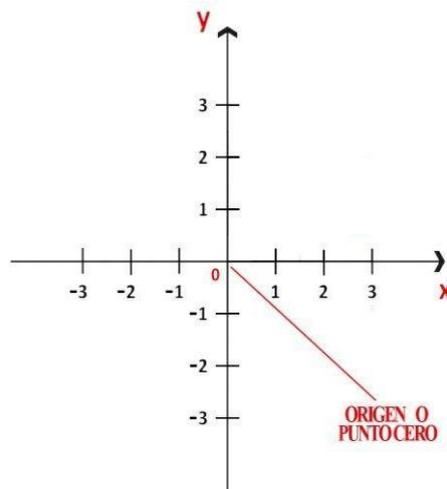
A continuación, veamos cuáles son los elementos y características que conforman el plano cartesiano. Ejes coordenados



Se llaman ejes coordenados a las dos rectas perpendiculares que se interconectan en un punto del plano. Estas rectas reciben el nombre de **abscisa y ordenada**.

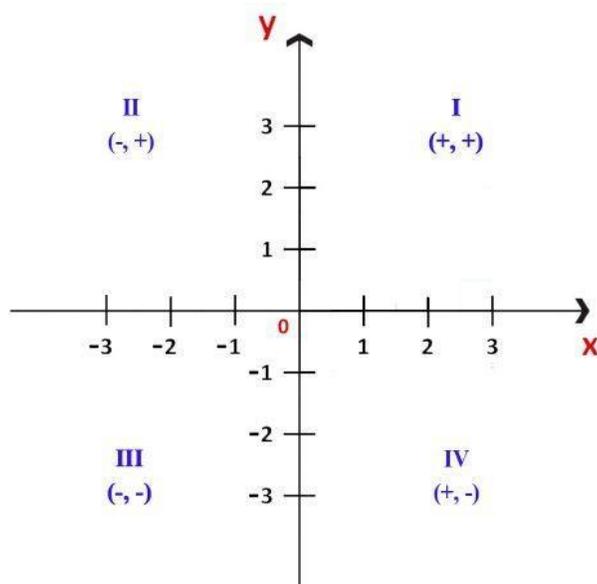
El eje de las abscisas está dispuesto de manera horizontal y se identifica con la letra “x”.

El eje de las ordenadas está orientado verticalmente y se representa con la letra “y”. Origen o punto 0



Se llama origen al punto en el que se intersecan los ejes “x” y “y”, punto al cual se le asigna el valor de cero (0). Por ese motivo, también se conoce como punto cero (punto 0). Cada eje representa una escala numérica que será positiva o negativa de acuerdo a su dirección respecto del origen.

Así, respecto del origen o punto 0, el segmento derecho del eje “x” es positivo, mientras que el izquierdo es negativo. Consecuentemente, el segmento ascendente del eje “y” es positivo, mientras que el segmento descendente es negativo. Cuadrantes del plano cartesiano



Se llama cuadrantes a las cuatro áreas que se forman por la unión de las dos rectas perpendiculares. Los puntos del plano se describen dentro de estos cuadrantes.

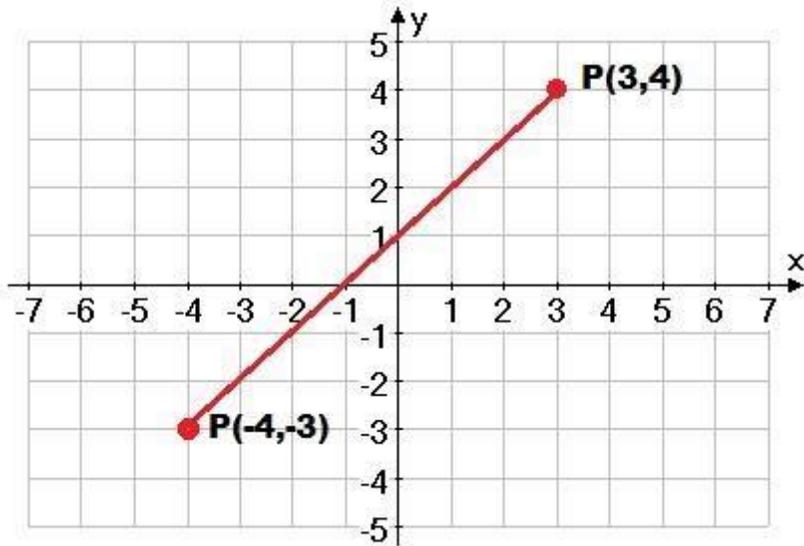
Los cuadrantes se enumeran tradicionalmente con números romanos: I, II, III y IV.

En el cuadrante I, la abscisa y la ordenada son positivas.

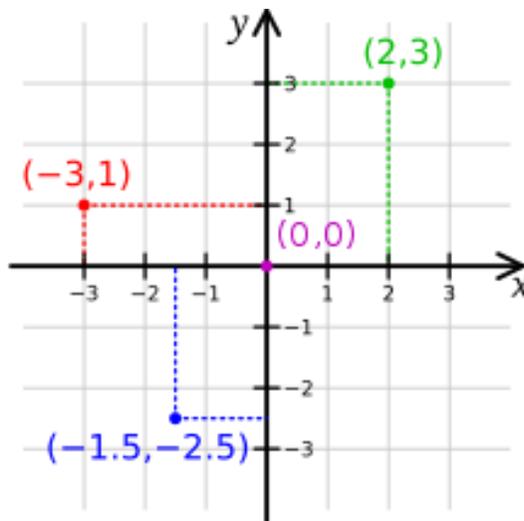
En el cuadrante II, la abscisa es negativa y la ordenada positiva.

En el cuadrante III, tanto la abscisa como la ordenada son negativas.

En el cuadrante IV, la abscisa es positiva y la ordenada negativa.



La finalidad del plano cartesiano es ubicar parejas de puntos llamadas coordenadas que se forman con un valor X y un valor Y representado como $P(X, Y)$ por ejemplo: $P(3, 4)$ se puede observar que el 3 pertenece al eje de las abscisas o eje X y, el 4 al eje de las ordenadas o eje Y.



Puntos ubicados en el plano por color: $P(2, 3)$, $P(-3, 1)$, $P(0, 0)$, $P(-1.5, -2.5)$

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°2

A -Escribe un par ordenado (x, y) que cumplan con las condiciones dadas en cada caso.

- Con abscisa cero _____
- Con ordenada negativa _____
- Con ordenada cero y abscisa negativa _____
- Con ordenada positiva y abscisa negativa _____

B- Conteste correctamente las siguientes preguntas de manera corta y breve.

1. ¿Cuáles son los nombres de los elementos de un par ordenado?
2. ¿De qué depende la ubicación de una pareja ordenada en los cuadrantes?
3. ¿Cuándo dos rectas se consideran perpendiculares?

C- Dibuja el plano cartesiano y ubica los puntos sugeridos correctamente siguiendo la regla de los signos.

1. *M (-6, 4); N (-2, 8); O (2, 8); Q (6, 0); R (2, -4); S (-2, -4); T (-6, 0)

CRITERIOS	Puntos						
	7	6	5	4	3	2	1
Escribe el número entero que corresponde a cada letra correctamente.							
Construye un enunciado que ilustre el número entero, aplicándolo en actividades diarias.							
Escribe un par ordenado (x, y) que cumplan con las condiciones dadas en cada caso.							
Conteste correctamente las preguntas.							
Ubica los puntos sugeridos correctamente							
Sigue las indicaciones							
Observación: Estos criterios son de uso del profesor y es solamente una guía, está sujeta a criterio de cada uno.							

UNIDAD 3

LA DISTANCIA Y COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVOS:

- Aplica el valor absoluto según la definición
- Ejecuta el concepto de relación de orden, para ordenar y comparar números enteros.

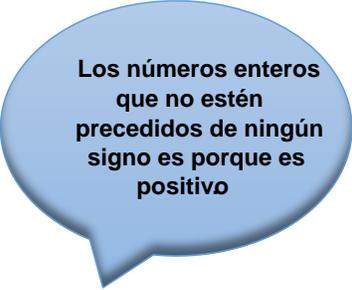
INTRODUCCIÓN

En el conjunto de los números enteros el valor absoluto representa la distancia, nunca siendo esta negativa. En cuanto a la relación de orden de los números enteros, debemos tomar en cuenta su ubicación en la recta numérica que puede ser horizontal o vertical.

VALOR RELATIVO VS VALOR ABSOLUTO.

El valor relativo de un número entero es siempre el número entero en si

Ejemplo
-3 es
igual a -3
+5 es
igual a
+5.



Los números enteros que no estén precedidos de ningún signo es porque es positivo

El valor absoluto de un número entero será siempre positivo e indica su distancia al número cero en la recta numérica.

El valor absoluto de un entero X se denota así: $|x|$
El signo de las $||$ se lee: valor absoluto.
Así, $|-7|$ se lee: valor absoluto de menos siete.

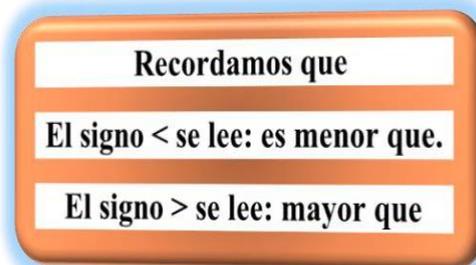
El valor absoluto es siempre mayor que, o igual a cero, puesto que la distancia no puede ser menor que cero.

Ejemplos

$$|7|=7; \quad |-7|=7; \quad |+7|=7; \quad -|7|=7$$

ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS.

El orden de la recta numérica es de izquierda a derecha, lo que nos indica que todo número entero a la derecha de otro es mayor



Reglas para determinar la relación de orden entre dos números enteros.

a- Entre dos números enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

Ejemplo: $12 > 8$

b- Entre dos números negativos, es mayor el que tenga menos valor absoluto.

Ejemplo: $-5 > -9$

c- Entre dos números de signos contrarios siempre es mayor el número positivo.

Ejemplo $-5 < +5$

d- Entre cero y un número negativo, cero es mayor y entre cero y un número positivo el positivo es mayor.

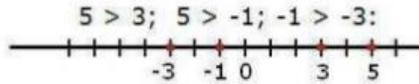
Ejemplos: $-8 < 0$; $0 < 8$

Los números enteros se pueden ordenar de manera creciente (**menor a mayor**) y de manera decreciente (**mayor a menor**) siguiendo el orden que tienen en la recta numérica.

a) ORDENAR Y COMPARAR

Cuanto **más a la derecha** esté un número situado en la recta numérica **mayor** es.

¿Cuál es menor? ¿Cuál es mayor?



-3 está a la izquierda de -1 \Rightarrow -3 es menor que -1.

-3 está a la izquierda de +5 \Rightarrow -3 es menor que +5.

+3 está a la derecha de -1 \Rightarrow +3 es mayor que -1.

+5 está a la derecha de +3 \Rightarrow +5 es mayor que +3.

ORDEN CRECIENTE:

-8, -7, -6, -4, -2, -1, 0, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11

ORDEN DECRECIENTE:

11, 9, 8, 6, 5, 4, 3, 0, -1, -2, -2, -4, -6, -7, -8

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°3

1- Escriba en el lado izquierdo la letra de la respuesta correcta.

a) _____ Es el valor absoluto de -9.

a. -9

b. 9

c. 0

d. no tiene.

- d. 0 _____ -1
 e. $|-8|$ _____ $|-9|$.

4. Analice las siguientes situaciones y coloque su respuesta.

a) Las temperaturas -3°C , -8°C y -5°C se registraron en tres días diferentes en una ciudad de Europa. ¿Cuál es la temperatura más cálida?

Resp. _____

b) ¿Qué fecha es más reciente, ciento veinticinco años antes del nacimiento de Jesucristo o doscientos cincuenta años antes que Jesucristo?

Resp. _____ A.C.

5. Ordene los conjuntos de número según se indica.

Ejemplo

Ordene de menor a mayor

$\{+2, -20, -4, -15, +15, 0, -1\}$

Queda de la siguiente manera

$\{-20, -15, -4, -1, 0, +2, +15\}$

- De menor a mayor $\{0, +5, -7, -1, +12\}$

- De mayor a menor $\{-5, -2, +1, 0, +4\}$

- De menor a mayor $\{-5, +4, -1, -9, +12, +9\}$

- De mayor a menor {0, +6, -9, -7, +7, +80}

UNIDAD 4

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVOS:

- Domina y aplica la regla de los signos para la adición y sustracción de números enteros.
- Resuelve problemas prácticos donde se aplican las reglas de los signos para la adición y sustracción.

INTRODUCCIÓN

En las operaciones con números enteros en este caso adición y sustracción es de mucha importancia el dominio de reglas de signos para resolver y plantear un resultado correcto de las mismas. Estaremos presentando las diferentes características que se pueden encontrar y ejemplos que le ayudarán en la puesta en práctica al momento de resolver las actividades y lo más relevante en día a día, ya que son operaciones que de manera inconsciente desarrollamos.

ADICIÓN

Con los números enteros ahora puedes resolver operaciones que antes no podías.

Operaciones de dos o más cantidades con el mismo signo, al sumar dos números enteros positivos, el resultado es positivo. Y al sumar dos números enteros negativos el resultado es negativo. En general al sumar dos números con el mismo signo, la respuesta mantiene el mismo signo.

Ejemplos

-9 - 6 = - 15, ambos enteros son negativos por lo tanto se mantiene el signo negativo y se suman los valores absolutos.

+12 + 3 = +15, ambos enteros son positivos por lo tanto se mantiene el signo positivo y se suman los valores absolutos.

-9 - 8 - 6 - 5 = - 28, ambos enteros son negativos por lo tanto se mantiene el signo negativo y se suman los valores absolutos.

+12 + 3 +9 +21 = + 45, Todos los enteros son positivos por lo tanto se mantiene el signo positivo y se suman los valores absolutos.

Sustracción

La sustracción es la operación opuesta a la adición. Se restan dos o más números enteros porque tienen diferentes signos (+), (-). Al resolver una sustracción entre enteros el resultado con relación al signo depende de la cantidad con mayor valor absoluto, ya que este define el signo del resultado y luego se restan cantidades.

Ejemplos

+9 - 6 = +3, en este caso los enteros son de signo diferentes positivo y negativo respectivamente. El signo resultante es positivo en vista que el nueve es de mayor valor absoluto con relación al seis. Luego se resta los valores absolutos, o sea, nueve menos seis.

+12 - 2 + 3 - 8 = +5, este caso observamos que se tienen más de dos términos con distintos signos, se procede a sumar los positivos y luego los negativos, reduciendo la operación a una cantidad positiva y una negativa. Que después la diferencia será el resultado.

$$\begin{aligned} +12 - 2 + 3 - 8 &= +15 - 10 \\ &= +5 \end{aligned}$$

En algunas ocasiones las operaciones de adición y sustracción, dentro de sus estructuras presentan signos de agrupación como el paréntesis y para resolver la operación se deben multiplicar los signos para eliminar el paréntesis y aplicar entonces las reglas anteriores.

Ejemplos

Adición

$$-5 + (-2) = -5 - 2 = -7$$

$$(+10) + (+25) = +10 + 25 = +35$$

$$-(25) + (-20) - 30 = -25 - 20 - 30 = -75$$

Sustracción

$$4 - (+7) = 4 - 7 = -3$$

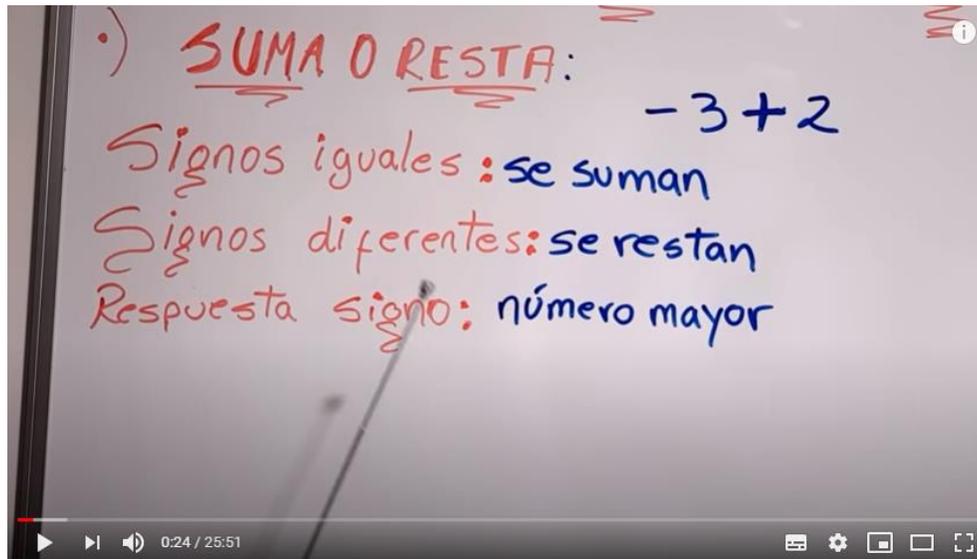
$$-(8) - (-4) - 3 - (-5) = -8 + 4 - 3 + 5 = -11 + 9 = -2$$

Como puedes observar cuando hay un signo positivo por delante del paréntesis el número entero mantiene su signo y se suprime el paréntesis. En cambio, cuando el signo que precede el paréntesis es negativo, el número entero cambiará de signo y se suprime el paréntesis. Luego se realizan las operaciones aplicando las reglas iniciales.

Aprende más, ingresando al siguiente enlace

<https://www.youtube.com/watch?v=jpbceHN35xo>

Conoce lo que este canal de YouTube tiene para ti:



PROBLEMAS DE APLICACIÓN PARA LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

En lo ordinario y extraordinario de la vida hay situaciones que se presentan y en el que aplicamos estas operaciones como ya se ha comentado, veamos algunos ejemplos de ellos:

A- Después de subir 8 pisos el ascensor de un edificio llega al piso 7. ¿De qué planta ha salido?

En un ascensor la planta baja está indicada con el cero. Las plantas, por encima de cero, están indicadas con los números +1, +2, ... son números enteros positivos. Las plantas por debajo del cero, están indicadas por los números -1, -2, ... son números enteros negativos.

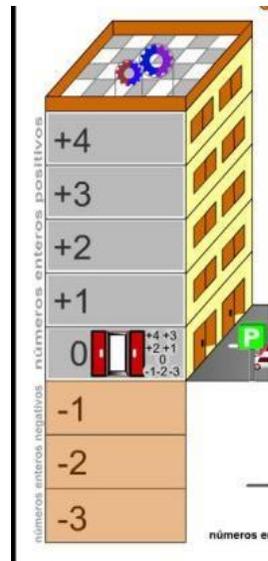
Análisis y solución:

En este problema conocemos el piso al que llega +7 y los pisos que ha subido +8.

Si restamos el piso al que llega 7 menos los que ha subido tendremos el piso del que ha salido.

$$+7 - (+8) = 7 - 8 = - 1$$

El ascensor ha salido de la planta -1. Sótano 1

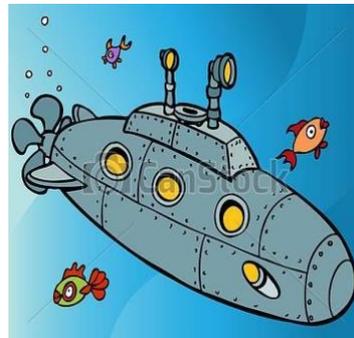


Para comprobar

Si restamos el mayor +7 menos el menor -1 debemos obtener los pisos que ha

$$\text{subido } +7 - (-1) = 8$$

B- Un submarino se encuentra a 120 metros de profundidad. Si asciende 60 metros, ¿Cuál es su posición ahora?



Las altitudes y los números enteros

- ❖ Consideramos que el nivel del mar está representado por el 0.
- ❖ Los niveles por encima del nivel del mar están representados por los números +1, +2, +3,... es decir por números enteros positivos.

- ❖ **Los niveles por debajo del nivel del mar están representados por los números -1, -2, -3,... es decir por números enteros negativos.**

Análisis y solución:

Profundidad 120 metros, estamos por debajo del nivel del mar, luego la profundidad es un número negativo -120 metros

Entonces tenemos $-120 + 60 = -60$

El submarino se encuentra a 60 metros de profundidad.

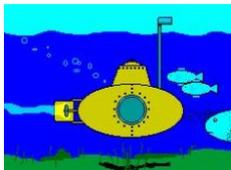
ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°4

Indicación:

- Para esta actividad se le ha indicado la respuesta a cada problema, debe plantear la operación y el procedimiento para resolver aplicando el análisis lógico y las reglas trabajadas anteriormente.
- 1. En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido de -20°C , y la más baja, de -23°C . ¿Cuál ha sido la diferencia de temperatura? **Resp 21°C**



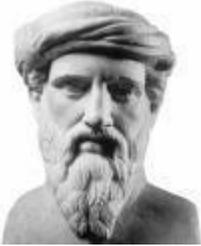
- 2. Un avión vuela a 11000 m y un submarino está a -850 m. ¿Cuál es la diferencia entre la altura del avión y la profundidad del submarino? **Resp 11850 metros**



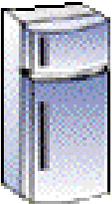
- 3. En la cuenta corriente del banco tenemos B/ 1250. Se paga el recibo de la luz, que vale B/ 83; el recibo del teléfono, que vale B/ 37, y dos cheques de gasolina de B/ 40 cada uno. ¿Cuánto dinero queda en la cuenta corriente? **Resp. B/ 1050**



- 4. Pitágoras nació el año 585 a.C y murió el año 495 a.C ¿Cuántos años vivió Pitágoras? **Resp 90 años**



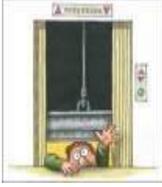
- 5. Compramos una refrigeradora. Cuando lo enchufamos a la red eléctrica está a la temperatura ambiente, que es de 25° C. Si cada hora baja la temperatura 5° C, ¿a qué temperatura estará al cabo de 6 horas? **Resp -5°C**



- 6. He viajado desde San Fernando donde la temperatura era de 11 grados hacia Granada que la temperatura es de 3 grados. ¿Cuál ha sido la diferencia de temperatura? **Resp 8°**



- 7. Cristian vive en el 4° piso, se sube en el ascensor y baja al sótano 2, ¿Cuántos pisos ha bajado? **Resp 6 pisos**



8. Le debo a mi amigo B/. 10. Me ha tocado en la lotería de Navidad B/ 100, lo primero que hago es pagarle a mi amigo. ¿Cuánto dinero tengo? **Resp. B/ 90**



9. Tengo en el banco B/ 60, me ha llegado una factura de B/ 100, ¿cuánto me falta para pagar la factura? **Resp. B/ 40**



➤ 10. Si estoy en el piso 2º y bajo 3 pisos ¿en cuál me sitúo? **Resp. Sotano 1 o “-1”**



11. Un día de invierno amaneció a 3 grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 4 grados, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 5 grados más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora? **Resp. -2°**



UNIDAD 5

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVOS

- Resuelve operaciones de multiplicación y división de números enteros.
- Aplica el concepto de multiplicación y división de enteros y aplica la regla de los signos.

INTRODUCCIÓN

La utilidad de los números enteros y las operaciones que podemos desarrollar con ellos parece compleja; pero podemos darnos cuenta lo mucho que llega a simplificar procedimientos que podemos resolver de manera mental sin el uso de calculadoras y demás.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para adentrarnos en la multiplicación de números enteros, imagina que una persona gasta diariamente B/. 4.00 en merienda y transporte por tres días. ¿Cómo planteo esta situación con números enteros? Después de analizar la situación te darás cuenta que el gasto de B/. 4.00 se repite diariamente, por tres días.

Esto lo podemos expresar así: $3 \times (-4) = -12$ y se representa de manera negativa porque es un gasto.

Regla de los signos para la multiplicación	
$+.+ = +$	Ejemplos: $4 \cdot 3 = 12$
$- \cdot - = +$	$(-4) \cdot (-3) = 12$
$- \cdot + = -$	$(-4) \cdot 3 = -12$
$+ \cdot - = -$	$4 \cdot (-3) = -12$

Para multiplicar los números enteros, se calcula el producto de los valores absolutos. Luego se aplica las reglas de los signos, para determinar el signo del resultado. **Ejemplos:**

$$(-3) \cdot (-6) = +18$$

$$(9) \cdot (-2) \cdot (5) = -90$$

$$(6) \cdot (0) \cdot (2) = 0$$

$$(4) \cdot (-1) = -4$$

Práctica de multiplicación números enteros

1) Si cada día llego a clase 30 minutos antes de que empiece para avanzar en el temario, al cabo de 4 días, ¿cuánto tiempo llevo adelantado a mis compañeros?

2) Por cada 300 metros que se asciende la temperatura del aire baja 9°C. Si subes en un helicóptero desde el mar hasta los 3.000 metros, ¿cuánto ha descendido la temperatura?

Calcula:

a. $(-3) \cdot (-8) =$ i. $(-5) \cdot (+44) =$

b. $(+2) \cdot (-9) =$ j. $-132 \cdot (-7.000) =$

c. $(-5) \cdot (+4) =$ k. $(-20) \cdot (+5) =$

d. $(+6) \cdot 4 =$ l. $(-61) \cdot 745 =$

e. $-2 \cdot (-7) =$ m. $(+13) \cdot (-7) =$

f. $(-20) \cdot (+5) =$ n. $(-5) \cdot (+44) =$

g. $(-61) \cdot 745 =$ o. $-132 \cdot (-7.000) =$

h. $(+13) \cdot (-7) =$

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para hallar el cociente exacto de dos números enteros se dividen sus valores absolutos

División de números enteros

□ Hay cuatro casos de números enteros para la división:

- (1) **pos** ÷ **pos** = **pos**
- (2) **neg** ÷ **neg** = **pos**
- (3) **neg** ÷ **pos** = **neg**
- (4) **pos** ÷ **neg** = **neg**

□ Ejemplos:

- (1) **18 ÷ 6 = 3**
- (2) **-15 ÷ (-5) = 3**
- (3) $\frac{-10}{4} = -2\frac{2}{4} = -2\frac{1}{2}$
- (4) **24 ÷ (-3) = -8**

Ejemplos de división

a). $(-45) \div (-9) = -45 \div -9 = 5$

b). $(60) \div (-12) = -5$

c). $(45) \div (-9) = 45 \div -9 = -5$

d). $\frac{(4)(10)}{-4} =$

e). $\frac{273}{-7} = -39$

f). $\frac{(-5)(-7)}{8} = \frac{35}{8} = 7$

La división de números enteros puede presentarse de manera vertical $\left(\frac{a}{b}\right)$ con $b \neq 0$ u horizontal $a \div b$,

Dentro de las operaciones con números enteros se pueden presentar operaciones combinadas como el ejemplo d, f del cuadro anterior.

Ejemplo

La asociación de padres de familia de un colegio tiene una deuda de B/. 125.00. Entre 15 salones se recogieron B/. 420.00, Suponiendo que todos los salones aportaron la misma cantidad. ¿Cuánto aportó cada salón? Y después de pagar la deuda, ¿Cuánto le quedo a la asociación?

Solución

$$\frac{420}{15} = 28$$

Resp. 1 cada salón aportó B/. 28.00

$$420 - 125 = 295.00$$

Resp. 2 a la asociación después de pagar la deuda le quedó B/. 295.00, en sus arcas.

Práctica de división números enteros

I Calcular:

a) $(+20) \div (+2) =$

b) $(- 80) \div (-10) =$

c) $(- 49) \div (+7) =$

d) $(+64) \div (- 8) =$

e) $(- 70) \div (- 7) =$

f) $\frac{(3)(-4)}{6} =$

g) $\frac{(-5)(-6)}{-5} =$

$$h) \frac{(-4)(8)}{(2)(-2)} =$$

$$i) \frac{(3-8)(-7-1)}{(-6+5)(8)} =$$

$$j) \frac{(-8-12)-(45-5)}{-7-5} =$$



II Desarrolle las siguientes divisiones en los problemas de aplicación.

- a) Un depósito de 72 litro de agua, Si se reparte toda el agua en recipientes de 6 litros cada uno. ¿Cuántos recipientes se pueden llenar de agua?

- b) En el salón de mi casa tengo dos jaulas; en la primera hay periquitos y en la segunda hay cotorras. Sabiendo que en cada jaula tengo el mismo número de pájaros y que en total tengo 10 pájaros, ¿Calcula cuántos pájaros hay en cada jaula?

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°5

Indicación: Lea cuidadosamente cada enunciado y resuelva.

I-Parte. Realice las siguientes multiplicaciones.

- | | | |
|------------------------|---------------------|------------------------|
| $(-10) \times (-17) =$ | $18 \times (-9) =$ | $(-10) \times 18 =$ |
| $20 \times 5 =$ | $(-9) \times 5 =$ | $9 \times (-17) =$ |
| $1 \times (-15) =$ | $(-2) \times 4 =$ | $(-13) \times (-20) =$ |
| $2 \times (-14) =$ | $(-20) \times 16 =$ | $5 \times 15 =$ |
| $(-14) \times (-10) =$ | $(-3) \times 2 =$ | $12 \times 3 =$ |

II- Parte. Realice las siguientes divisiones

- a. $(-60) \div (+5)$ = _____
- b. $(+10) \div (+2)$ = _____
- c. $(+32) \div (+4)$ = _____
- d. $(-48) \div (-8)$ = _____
- e. $(+72) \div (-9)$ = _____
- f. $(+36) \div (-4)$ = _____
- g. $(+144) \div (-12)$ = _____
- h. $(7 - 5 + 8) \div (3 - 2)$ = _____
- i. $(-11 + 3 - 9 + 2) \div (4 - 7 + 8)$ = _____
- j. $(+12 + 4 - 6) \div (20 - 15)$ = _____

III- Parte. Analice, identifique y resuelva los siguientes problemas. (multiplicación o división).

- a. En la estantería de la sala de mi casa hay 120 libros en total colocados en 6 estantes. Sabiendo que cada estantería tiene el mismo número de libros, calcula cuántos libros hay en cada estantería. **Resp.** _____
- b. Paola va a realizar una rifa que tiene 150 boletas disponibles. Si cada boleta cuesta 800 pesos ¿cuánto dinero podría recoger Paola con su rifa? **Resp.** _____
- c. Pablo es conductor de autobús. Me ha dicho que en cada viaje hace 240 kilómetros y que viaja a una velocidad media de 80 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido? **Resp.** _____
- d. En una granja hay 7 gallinas por cada pato. Si hay 15 patos ¿cuántas gallinas hay en total? **Resp.** _____

UNIDAD 6

POTENCIACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVOS

- Identifica los elementos de una potencia.
- Aplica las propiedades de la potenciación para resolver problemas prácticos.

INTRODUCCIÓN

La forma simplificada de la multiplicación de un número, por sí mismo, una determinada cantidad de veces se conoce con el nombre de potenciación.

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Iniciaremos con reconocer los elementos de una potencia

Exponente: es la cantidad o número que se coloca en la parte superior a la base e indica la cantidad de veces que se multiplica la base.

Base: cantidad que se multiplica tantas veces como indica el exponente. **Potencia:** es la cantidad que resulta de multiplicar la base las veces que el exponente indica.



Ejemplos

Escriba la potencia indicada y sus resultados

$$(2)(2)(2)(2)(2) = 2^5 = 32$$

$$(-5)(-5)(-5) = (-5)^3 = -125$$

$$(-2)(-2)(-2)(-2) = (-2)^4 = 16$$

1. **Cuando la base es positiva** y el exponente un número par o impar la potencia,
(resultado), será positivo.
2. **Cuando la base es negativa** se presentan dos situaciones:
 - Base negativa y exponente par, la potencia será positiva.
 - Base negativa y exponente impar, la potencia será negativa.

En el cuadro adjunto encontraremos las propiedades de la potenciación con algunos ejemplos.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN	
Propiedad	Ejemplo
$a^0 = 1$	$(-5)^0 = 1$
$a^1 = a$	$23^1 = 23$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$x^2 \cdot x^{-3} = x^{2-3} = x^{-1}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(4 \cdot x)^3 = 4^3 \cdot x^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{-3}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(m^{-1})^3 = m^{-1 \cdot 3} = m^{-3}$
$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	$\sqrt[5]{8^3} = 8^{\frac{3}{5}}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-5} = \frac{1}{a^5}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$
$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$	$(4 + x)^3 \neq 4^3 + x^3$

Por ejemplo:

a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

b) $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$

c) $4^0 = 1$ (este es un caso especial, ya que no podemos multiplicar un número por sí mismo 0 veces)

d) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

e) $1^9 = 1 \cdot 1 = 1$

Veamos qué pasa cuando la base es un número negativo. Por ejemplo:

a) $(-3)^2 =$
9

b) $(-3)^3 = -$
27

c) $(-2)^8 =$
256

d) $(-2)^9 =$
-512

e) $2^8 =$
256

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°6



Indicación: Calcule, exprese y complete según cada enunciado, aplicando las propiedades de la potenciación.

I-Parte. Leer cada indicación y resuelva colocando la respuesta fina.

Copia y completa.

a) $5^4 \cdot 5^{\square} \cdot 5^2 = 5^9$

b) $13 \cdot 13^3 \cdot 13^{\square} = 13^5$

c) $(-11)^{\square} \cdot (-11)^4 \cdot (-11) = (-11)^7$

d) $(-21)^8 \cdot (-21)^3 \cdot (-21)^{\square} = (-21)^{11}$

Expresa como una sola potencia.

a) $7^5 : 7^3$

c) $(-9)^6 : (-9)^3$

b) $12^8 : 12^5$

d) $(-6)^7 : (-6)$

Expresa como una sola potencia.

a) $(2^8 : 2^3) \cdot 2^3$

c) $[(-4)^6 : (-4)] : (-4)^2$

b) $3^5 : (3^7 : 3^4)$

d) $(-5)^3 : [(-5)^4 : (-5)]$

Expresa como una sola potencia.

a) $(5^4)^3$

c) $[(-3)^4]^3$

b) $(7^5)^2$

d) $[(-9)^3]^3$

Calcula las siguientes potencias.

a) 4^5

c) 14^2

e) 7^3

g) 5^4

b) $(-2)^6$

d) $(-4)^4$

f) $(-9)^2$

h) $(-6)^4$

Copia y completa.

a) $(-2)^{\square} = 4$

c) $(-2)^{\square} = -8$

b) $(-3)^{\square} = 9$

d) $(-3)^{\square} = -27$

Calcula las siguientes potencias.

a) 5^0

b) 23^1

c) $(-3)^0$

d) $(-57)^1$

Expresa como una sola potencia.

a) $5^3 \cdot 5^4$

c) $(-3)^5 \cdot (-3)^3$

b) $11^6 \cdot 11^4$

d) $(-8)^4 \cdot (-8)$

Los (:) representan el signo de la división (÷)

UNIDAD 7 RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVO

- Reconoce y aplica las propiedades de la radicación en el conjunto de los números enteros.

CONCEPTO: La radicación es la operación inversa a la potenciación, que dados 2 números llamados **ÍNDICE** y **RADICANDO**, consiste en calcular un tercer número llamado **RAÍZ**

que elevado a un exponente igual al índice

resulta el radicando.

$$\overset{\text{Índice}}{\uparrow} \quad \boxed{-\sqrt[n]{K} = R \quad \square \quad K = R^n}$$

↓ ↓
Radicando Raíz

Ejemplos

- ;
- $\sqrt{4} = 2$ porque $2^2 = 4$
 - $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$
 - $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$



PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN EN Z



$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

□ PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

Observa:

- $\sqrt{(49)(25)} = \sqrt{49} \sqrt{25} = (7)(5) = 35$

Verifiquemos:

- $\sqrt{(49)(25)} = \sqrt{1225} = 35$

Ahora:

- $\sqrt{(81)(100)} =$

- $\sqrt{(4)(625)} =$

- $\sqrt{(25)(121)} =$



$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

□ POTENCIA DE UNA

RAÍZ

Observa:

$$\bullet \quad \sqrt[4]{(16)^2} = \sqrt[4]{(16)^2} = \sqrt{\quad}$$
$$256 = 4$$

Verifiquemos:

$$\bullet \quad (\sqrt[4]{16})^2 = 4$$



$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

□ **RAÍZ DE UNA POTENCIA**

$$(\sqrt[n]{A})^m = \sqrt[n]{A^m}$$

- ① $(\sqrt[3]{x})^2$
- ② $(\sqrt[5]{2})^4$
- ③ $\sqrt[3]{(-27)^4}$



$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[mnp]{a}$$

□ **RAÍZ DE UNA RAÍZ**

Observa:

- $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$

Ahora :

- $\sqrt[2]{\sqrt[2]{16}} =$

- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{729}} =$

- $\sqrt[5]{\sqrt[2]{4}} =$

- $\sqrt[5]{\sqrt[(2)^6]{(2^4)}} =$

- $\sqrt[4]{\sqrt[\sqrt[7]{(12)^7}]}}$

Observación: Los problemas en esta son para practicar. Puede copiarlos en su cuaderno y resolverlos.

**ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE
N°7**

Indicaciones:

- Leer cada indicación, solamente realizar lo que se indica.
- Resuelva en orden.

I. Resolver las siguientes operaciones de radicación:

1. $\sqrt{121} =$

2. $\sqrt[3]{-8}$
 $\sqrt[3]{-27}$

$\sqrt{10000} =$

Desarrollar:

6. $\sqrt{(25) (4)} =$

7. $\sqrt{(81) (49)} =$

8. $\sqrt[3]{(3^3) (2^4) (2^2)}$

9. $\sqrt{(16) (64)} =$

10. $\sqrt[3]{(17)^3 (15)^6} =$

UNIDAD 8

CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA

OBJETIVOS

- Comprende los conceptos de círculo y circunferencia.
- Reconoce los elementos de círculo y circunferencia.
- Resuelve problemas de longitud y área de un círculo.

INTRODUCCIÓN

Las circunferencias son figuras de muy frecuente aparición en la vida cotidiana y que desde el punto de vista de las matemáticas se prestan a multitud de razonamientos que pueden servir para despertar la curiosidad y fomentar la creatividad

El círculo es una de las figuras cónicas estudiadas en la matemática, este tiene diversas aplicaciones en el mundo científico.

En el siglo 16, cuando nace la ciencia moderna, surge y se desarrolla una nueva rama de la matemática llamada Geometría analítica. Toda la ciencia, a partir de entonces, no ha podido desprenderse de esta herramienta tan importante que permitió interpretar el mundo físico y describir el movimiento de los cuerpos por medio de curvas y ecuaciones.

LA CIRCUNFERENCIA

Una **circunferencia** es una línea curva, cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de un punto interior llamado centro.

La **circunferencia** es plana porque todos sus puntos están en un mismo plano.

Elementos de la circunferencia

- **Centro** punto del interior de la circunferencia tal que la distancia desde él a cualquier punto de la circunferencia es la misma.
- **Radio** es el segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- **Diámetro** es el segmento que tiene por extremos dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro. El diámetro es el doble del radio. $D = 2 \cdot R$
- **Cuerda** es el segmento que une dos puntos cuales quiera de la circunferencia. La cuerda mayor de una circunferencia es el diámetro.
- **Arco** parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.



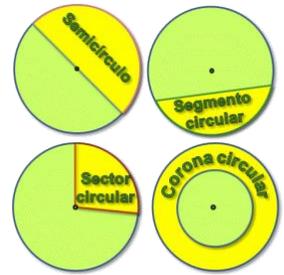
- **Semicircunferencia** es cada una de las partes en que un diámetro divide a una circunferencia, es decir, media circunferencia.

EL CÍRCULO

El círculo es la superficie del plano limitada por la circunferencia.

Es decir, está formado por todos los puntos de la circunferencia y todos los puntos del plano en su interior.

Elementos del círculo:

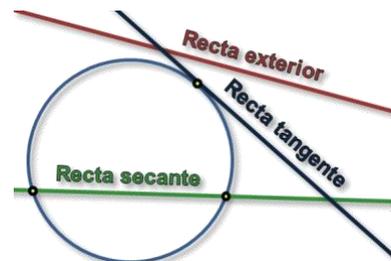


- **Semicírculo:** una de las dos partes iguales que delimita un diámetro.
- **Sector circular:** es la parte del círculo comprendida entre dos radios y su arco.
- **Segmento circular:** es la parte delimitada por un arco y su cuerda.
- **Corona circular:** es el espacio comprendido entre dos circunferencias con el mismo centro y distinto radio (concéntricas)

Posición de una recta con respecto a una circunferencia.

Decimos que una recta puede situarse en estas tres posiciones respecto a una circunferencia:

- **Recta exterior:** es aquella que no toca en ningún punto a la circunferencia.
- **Recta tangente:** es aquella que toca en un solo punto a la circunferencia.
- **Recta secante:** es aquella que toca en dos puntos a la circunferencia.

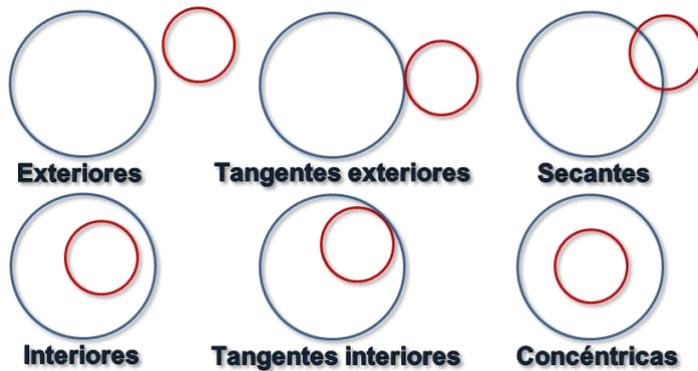


Posiciones relativas de dos circunferencias:

Según los puntos que comparten diferenciamos:

- **Exteriores:** no comparten ningún punto en común.
- **Interiores:** con comparten ningún punto en común, pero una está dentro de la otra.
- **Tangentes exteriores:** comparten un punto en común, pero ninguna está incluida en la otra.
- **Tangentes interiores:** comparten un punto en común y una está dentro de la otra.
- **Secantes:** cuando comparten dos puntos en común (se cortan en dos puntos)

- **Concéntricas:** es un caso especial de circunferencias interiores que tienen el mismo centro.



LONGITUD Y ÁREA

1- Círculos

1.1- Perímetro

El **perímetro** de un círculo es la **circunferencia** y su valor es igual al **diámetro** multiplicado por π (pi). Como el **diámetro** es igual a dos radios, también se puede decir que la longitud de la circunferencia = $\pi \times 2r$

$$\text{Perímetro del círculo} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

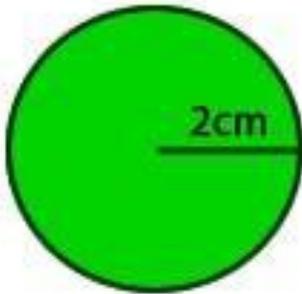
La razón (división) entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia recibe el nombre de π (pi) y su valor aproximado es **3,14**.

1.2- Área

El **área** del círculo es igual al valor de su radio elevado al cuadrado multiplicado por pi, así **A = $\pi \times r^2$** .

$$\text{Área del círculo} = \pi \times r^2$$

Ejemplo:



$$\text{Área} = \pi r^2 = 3,14 \times 2^2 \text{ cm}^2 = 12,56 \text{ cm}^2$$

2- Longitud de la circunferencia

Una rueda, al dar una vuelta completa, describe una trayectoria cuya **longitud** es el **perímetro de la circunferencia** de la rueda.

Su longitud es aproximadamente 3,14 veces la medida de su diámetro, ($\pi = 3,14 \cdot d$). Como el diámetro es igual a $2r$, entonces la longitud de la circunferencia (l) es igual al producto de 2 por π (pi) por su radio(r). Es decir,

$$\text{Longitud de la circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Ejemplos:

- a) Calcula la longitud de una circunferencia que tiene 20 cm de radio. Considera $\pi = 3,14$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 20 \rightarrow 125,66$$

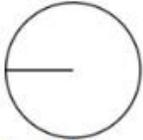
Solución: la longitud de la circunferencia es 125,6

- b) Calcula la longitud de dos circunferencias que tienen 30 cm de diámetro, la primera, y 15 cm de radio la segunda.

Solución: El radio de la primera es la mitad del diámetro, es decir, 15 cm. Por tanto, ambas tienen el mismo radio y su longitud es:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot 15 \rightarrow 94,25 \text{ cm.}$$

- c) **Otros ejemplos con la figura dada.**



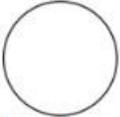
$$r = 5.7 \text{ m}$$

Calcula la circunferencia del círculo.

Solución:

Fórmula $L = 2$

$$L = 2 (3.14) (5.7) = m$$



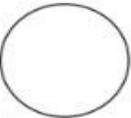
$$r = 1.6 \text{ cm}$$

Calcula el diámetro del círculo.

Solución:

Fórmula $D = 2r$

$$D = 2 (1.6) = 3.2 \text{ cm}$$



$$r = 6.7 \text{ mm}$$

Calcula el área del círculo.

Solución

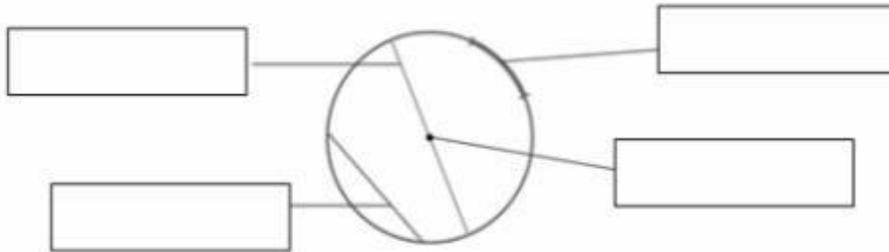
Fórmula $A = \pi r^2$

$$A = (3.14) (6.7)^2 = 140.9 \text{ mm}$$

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°8

I-Parte. Según los conceptos estudiados complete la siguiente asignación.

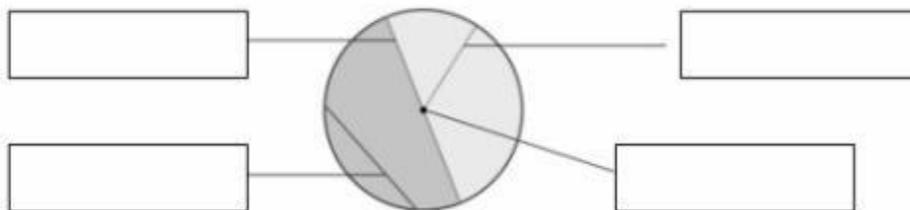
- 1 **Dibuja una circunferencia y señala su centro. Dibuja un radio. Dibuja una cuerda y señala los dos arcos que se forman.**
- 2 **Dibuja un círculo y señala su centro. Dibuja un diámetro y colorea con dos colores diferentes los dos semicírculos que se forman.**
- 3 **Escribe el nombre adecuado en cada recuadro.**



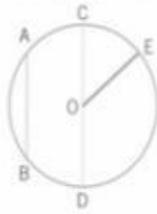
- 4 **Completa la siguiente frase:**

- La circunferencia es una línea y plana, con todos sus puntos a distancia del
- El círculo es una figura formada por la y su

- 5 **Escribe el nombre adecuado en cada recuadro.**



- 6 **Completa las siguientes frases:**

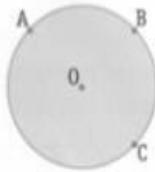


- El segmento \overline{AB} es
- El segmento \overline{CD} es
- El punto O es el
- El segmento \overline{OE} es
- El segmento \overline{DE} divide a la circunferencia en dos

7 Relaciona cada figura circular con su nombre.

			
Sector circular	Segmento circular	Corona circular	Semicirculo

8 Observa esta figura y completa las frases.



- El segmento \overline{OA} y el \overline{OB} son de la circunferencia.
- La y su forman un El segmento \overline{AC} divide a este en dos

9 Relaciona estas dos columnas.

Parte de la circunferencia entre dos puntos.	Sector circular
Parte del círculo limitada por una cuerda y su arco.	Semicircunferencia
Mitad de la circunferencia.	Arco
Parte del círculo limitada por dos radios y su arco.	Segmento circular

10 Relaciona estas dos columnas:

Está a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia.	Cuerda
Mitad de un círculo.	Diámetro
Segmento que une dos puntos.	Semicírculo
Cuerda que pasa por el centro.	Centro

- 11 En cada una de estas afirmaciones escribe V si es verdadero o F si es falso, y corrige las que sean falsas.

Todas las cuerdas miden lo mismo.
El radio mide la mitad del diámetro.
Una cuerda puede ser un radio.
El diámetro es la mayor de todas las cuerdas posibles.

- 12 Señala qué tipo de figuras circulares tienen los siguientes objetos:

Objeto	Figura circular
Rosquilla	Segmento circular
Porción de pizza	Sector circular
Media tortilla de patata	Corona circular
Tapa de una tetera	Semicírculo

- 13 ¿Cuál es la diferencia entre un sector circular y un segmento circular? Razona tu respuesta.
- 14 En cada una de estas afirmaciones escribe V si es verdadero o F si es falso, y corrige las que sean falsas.

El círculo es la parte del plano encerrada por una circunferencia, incluyendo la propia línea de la circunferencia.
Un semicírculo es la parte del círculo que hay entre un arco cualquiera y su cuerda.
Siempre que se dibuja una circunferencia se dibuja un círculo.
La circunferencia y el círculo tienen el mismo radio.

- 15 ¿Qué punto tienen en común las dos circunferencias que delimitan una corona circular?

2.- Posiciones de rectas y circunferencias

- 1 Dibuja una recta que sea tangente a la circunferencia dada.



- 2 Dibuja una circunferencia exterior a la dada.



II-Parte. Observe las imágenes y los datos dados, luego calcule los elementos del círculo solicitados.

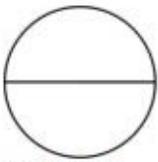
Importante es recordar las fórmulas y cual es funcional según lo dado y los solicitado:

$$A = \pi \times r^2 \text{ (Área)}$$

$$L = 2\pi r \text{ (Longitud o Circunferencia)}$$

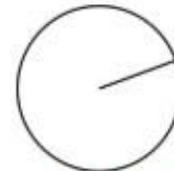
$$r = d/2 \text{ (Radio)}$$

$$d = 2r \text{ (Diámetro)}$$



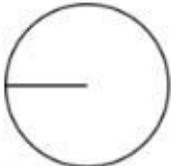
$$d = 8.4 \text{ m}$$

Calcula el radio del círculo.



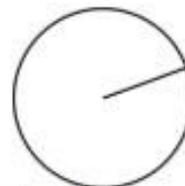
$$r = 3.7 \text{ mm}$$

Calcula el diámetro del círculo.



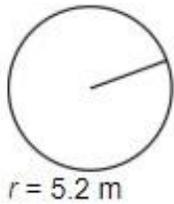
$$r = 1.5 \text{ m}$$

Calcula el diámetro del círculo.



$$r = 4.1 \text{ m}$$

Calcula el área del círculo.



Calcula la circunferencia del círculo.

UNIDAD 9

ESTADÍSTICA

OBJETIVOS

- Comprende la utilidad y beneficio de la Estadística.
- Analiza e interpreta datos en distintos tipos de gráficos.

INTRODUCCIÓN

La interpretación de símbolos y gráficas son recursos comunes que nos presentan los libros de geografía, que tienen análisis de población, en los censos nacionales de población y vivienda, en los libros de ciencias que tratan sobre fenómenos de la naturaleza, en los periódicos al referirse a encuestas y estados financieros.

Debemos desarrollar la habilidad para interpretar y hasta predecir comportamientos a través del estudio y análisis de cuadros y gráfico.

ESTADÍSTICA

Es una rama de la Matemática que nos permite el estudio de los sucesos, comportamientos y posibilidades a través de cuadros y gráficas, que se obtienen de datos recolectados. **Conceptos**

- **Datos Estadísticos:** son los valores que se obtienen al llevar a cabo un estudio de tipo estadístico. Se trata del producto de la observación de aquel fenómeno que se pretende analizar.
- **Variable estadística:** es una característica que puede tener diferentes valores en los distintos elementos o individuos de un conjunto. Las notas que se obtienen en una materia, la edad, la talla de la ropa, el número de hermanos, etc., son ejemplos de variables de estadística. Las variables se clasifican en continuas y discretas.



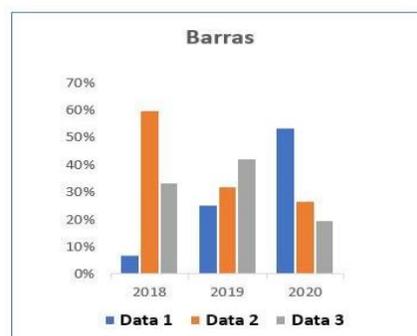
- **Población o Universo:** es el conjunto de elementos, personas, objetos mediciones sobre los cuales se realiza el estudio de los datos y variables estadísticas. Si se desea estudiar las deficiencias académicas de los alumnos y alumnas de un colegio, la Población son los estudiantes de ese colegio.
- **Muestra:** es una parte o una porción de un producto que permite conocer la calidad del mismo. Es una parte representativa de la población en estudio, Por ejemplo: “Ayer solicité una muestra del nuevo perfume que publicitan en la televisión”, “Me han pedido una nota de muestra para una revista mexicana”, “Necesito una muestra de telas, por favor”.
- **Cuadro Estadístico:** es un cuadro de varias entradas con datos ordenados y procesados para facilitar su lectura e interpretación

La cantidad de formas con las que podemos representar los datos son prácticamente inagotables.

Parte de un buen análisis y preparación del visionado de un grupo de datos es el escoger la forma adecuada para representarlos, dependiendo de la capacidad y necesidades del proyecto.

Aquí presentamos algunos tipos básicos de gráficas para que te familiarices con la cantidad de variación que existe a la hora de representar datos.

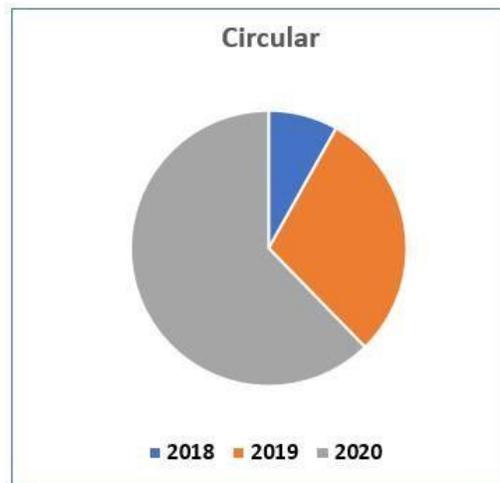
1. Gráficas de Barras



Un diagrama de barras permite separar los datos en grupos concretos, que se corresponden con las diferentes barras verticales de la gráfica. Además, estos se miden contra una variable en el eje vertical (el eje de ordenadas), que da información sobre los diferentes grupos que estamos estudiando.

El grosor de las barras es irrelevante en este tipo de gráfica. Lo único que se observa es su altura respecto al eje de ordenadas y a las demás barras, que representan la frecuencia en la variable que estemos señalando.

2. Gráficas Circulares

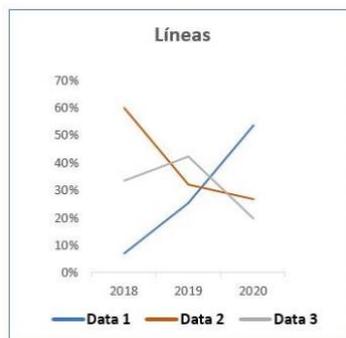


Las gráficas circulares también se conocen como sectoriales, de pastel, o de queso, reminesciendo los paquetes de queso triangular dentro de un envase circular. Este tipo de gráfica sirve especialmente cuando nos fijamos en valores cualitativos en lugar de cuantitativos, permitiendo además comparar muy rápidamente las frecuencias relativas de los diferentes grupos.

En la gráfica circular, los diferentes sectores (triángulos) representan diferentes grupos separados por elementos cualitativos. Esto significa que su separación no se correspondería con valores numéricos, si no con características difícilmente traducibles a números, como distintos colores o sectores de la población.

Además, las gráficas circulares tienen la ventaja de representar la totalidad de la muestra. Al observar la gráfica, sabemos que estamos viendo el 100% de los eventos representados en ella, con las diferentes frecuencias porcentuales perteneciendo a los distintos sectores en los que hemos separado la muestra de estudio.

3. Gráficas de Línea



Las gráficas de línea nos son especialmente útiles cuando queremos observar la evolución de un evento a lo largo del tiempo. En el eje horizontal (abscisas) suele estar representada la escala temporal, sean días, horas o años. En el eje vertical, veremos la frecuencia de los valores que estamos estudiando.

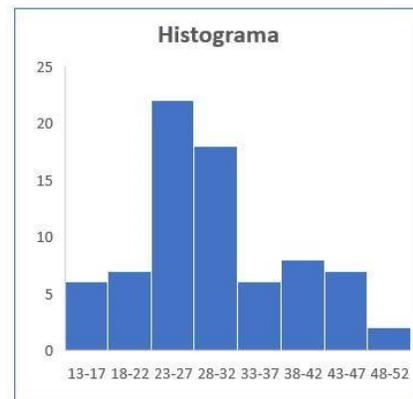
Cada línea se corresponde a un grupo estudiado. Si observamos varias líneas, cada una de estas se corresponde a un grupo de estudio, cuyos valores evolucionan en el tiempo. Esto permite comparar con facilidad los cambios en frecuencias de diferentes grupos, a la vez que observamos cómo estos cambios cambian paulatinamente con el tiempo.

Este tipo de gráficas permite utilizar diferentes variables en los ejes para comprobar la correlación que existe entre ellas. Mientras más lineal sea la dispersión de los puntos (es decir, que los datos aumentan siguiendo una distribución lineal) más correlacionadas estarán estas variables.

Las gráficas de dispersión además permiten el análisis de diferentes grupos de población, siempre que utilicemos diferentes tipos de puntos para representar a los diferentes grupos que se están observando.

Las gráficas de dispersión también pueden hacerse en 3D, sumando una tercera variable que influye en el análisis y la dispersión de los puntos.

4. Histogramas



Confundidas habitualmente con los diagramas de barras, los histogramas son una representación estadística utilizada habitualmente en ámbitos científicos. La confusión viene de que al igual que el gráfico de barras, los histogramas también utilizan barras de grosor irrelevante para la representación de sus datos.

La principal diferencia del histograma frente al diagrama de barras es que los histogramas representan diferentes grupos separados por valores cuantitativos

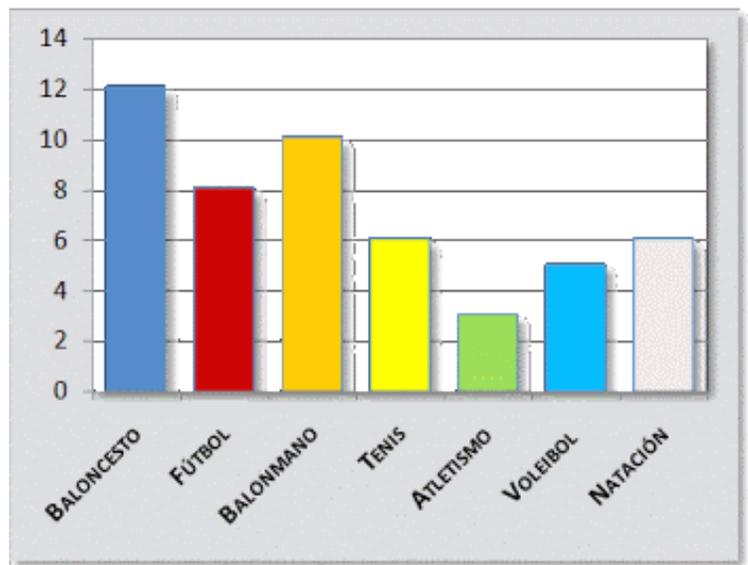
continuos. Esto significa que las barras representan intervalos numéricos continuos, separados según decida el analista que está haciendo la representación.

Gracias a los histogramas podemos observar fácilmente la frecuencia relativa de los diferentes grupos, pudiendo establecer con facilidad cuáles son los grupos más comunes y cuáles son los menos comunes.

Ejemplos de problemas de cuadros estadísticos con su respectiva grafica

- a) Una muestra de 50 estudiantes, del colegio EDJA participaron en una encuesta, donde le hacían solo una pregunta ¿Cuál es su deporte favorito? Los resultados fueron baloncesto con 12, fútbol 8, balonmano 10, tenis 6, atletismo 3, voleibol 5, natación 6. Confeccionar una tabla estadística y una gráfica de barra.

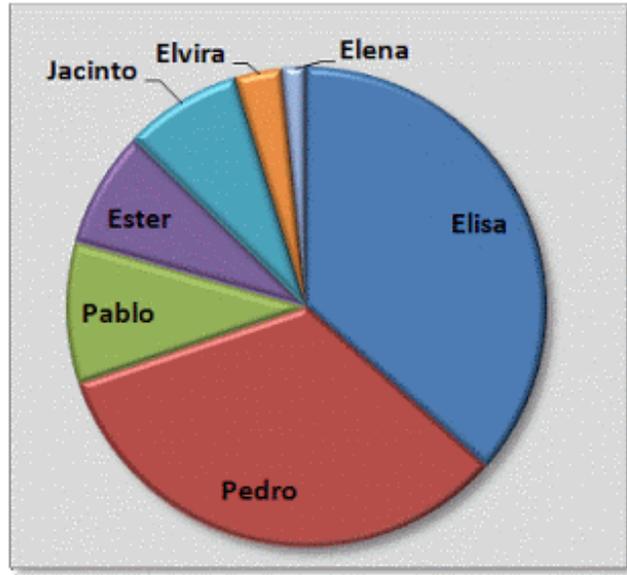
Deporte preferido	Frecuencia absoluta
Baloncesto	12
Fútbol	8
Balonmano	10
Tenis	6
Atletismo	3
Voleibol	5
Natación	6
TOTAL	50



- b) Los graduandos del colegio Secundario de Renacimiento, realizaron una votación para elegir al presidente de graduando, el colegio cuenta con una población de 63 estudiantes, de los cuales siete de los estudiantes han sido nominados, se realiza una votación y los resultados fueron: Elisa 23, Pedro 21, Pablo 6, Ester 5, Jacinto 5, Elvira 2 y Elena 1. Se debe confeccionar una tabla de datos estadísticos y luego una gráfica circular.

Candidato	Votos
Elisa	23
Pedro	21
Pablo	6
Ester	5
Jacinto	5
Elvira	2
Elena	1
TOTAL	63

Resultados de las elecciones



ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°9

1) **Completa la tabla para la variable cantidad** de vasos de agua consumidos diariamente, según la siguiente información:

Ana	7 vasos	Silvia	5 vasos
Mario	7 vasos	César	8 vasos
Ángela	6 vasos	Sofía	7 vasos
Marco	6 vasos	Gustavo	8 vasos
Augusto	8 vasos	Jimena	6 vasos

- a) Realice una gráfica de barras.
 b) Conteste las siguientes preguntas de acuerdo a los datos anteriores:
- ¿Cuál es la cantidad menos frecuente de vasos de agua consumidos?

_____ > ¿Cuál es la cantidad mayor frecuente de vasos de agua consumido?

- Según la edad del grupo de personas entrevistadas, estas deben consumir un mínimo de seis vasos de agua al día, ¿Cuántos de los entrevistados cumplen con esta?

_____ 2). Construye la gráfica lineal correspondiente.

Velocidad (en km/h) a la que viajaba un autobús al finalizar cada hora del recorrido.

Horas de recorrido	Velocidad
1	60
2	80
3	70
4	75
5	85
6	90
7	60
8	65

¿Cuál es la mayor velocidad a la que viajaba el autobús?

¿Cuál es la menor velocidad a la que viajaba el autobús?

¿Al final de cuales horas del viaje el autobús se desplazaba a la misma velocidad?



AUTOEVALUACIÓN FINAL

Participante: _____ C.I.P: _____ Grupo: _____

Fecha: _____ Calificación: _____ Profesor: _____

Trimestre _____ Asignatura: _____ Valor: 65 Pts.

Indicación: Evalúe objetivamente cada uno de los criterios, colocando un gachito o cruz en valor que corresponda.

No.	Aspectos a Evaluar	5	4	3	2	1	Observaciones (Uso del Profesor)
DISCIPLINA							
1.	Mantengo el salón ordenado y no escribo en las bancas.						
2.	Porto correctamente el uniforme escolar.						
RELACIÓN CON LOS COMPAÑEROS.							
3.	Participo activamente en el trabajo colaborativo.						
ATENCIÓN A LAS CLASES							
4.	Presto la debida atención a las clases.						
5.	Sigo las indicaciones de la profesora.						
INTERÉS EN LAS CLASES.							
6.	Termino las actividades asignadas para realizar en el aula.						
7.	Me esfuerzo en la realización y entrega puntual de las tareas.						
8.	Organizo y copio la información de la clase en mi cuaderno.						
9.	Realizo preguntas sobre lo que no entiendo de la clase.						
PARTICIPACIÓN EN CLASES							
10.	Participo de manera activa y regular en el tablero.						
11.	Realizo preguntas claras y oportunas.						
12.	Evito hablar sobre temas que no son de la clase.						
13.	Expreso mis opiniones de manera razonable y coherente.						
<p>Observación: Estimado estudiante, recuerde que ser sincero al contestar la autoevaluación demuestra su grado de HONESTIDAD y los valores que posee.</p>							

ESCALA A UTILIZAR: 5 Siempre 4 Casi Siempre 3 A veces 2 Pocas Veces
1 Nunca

BIBLIOGRAFÍA

- ✦ Sáez, Pedro. (2003). Practiquemos Matemáticas 7°. Panamá.
- ✦ Carvajal Arce, Silone. (2014) Matemática 7-Ser competentes/Santillana-Panamá. Editorial Santillana.
- ✦ Young, María Isabel. (2013) Matemática 7. Guías autodidácticas. Panamá.
- ✦ Villamarín Rodríguez, Claudia. (2006). Matemática 7.
- ✦ Luis Urieta. **Módulo Instruccional de Aprendizaje** (Texto Académico). Teleeducación El Arado, 2006.
- ✦ MINISTERIO DE EDUCACIÓN **Programa Curricular de Matemática Séptimo** Edición 2014

INFOGRAFÍAS

<https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/numeros-aritmetica/indice-los-numeros-enteros/numeros-enteros><https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/numeros-aritmetica/indice-los-numeros-enteros/numeros-enteros-definicion-representacion-ordenacion/definicion-representacion-ordenacion/>
<https://sites.google.com/site/licmayrado/unidad-1-sistema-de-los-numeros-enteros/tema-4-valor-absoluto>
<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/enteros/problemas-de-numeros-enteros.html> <https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/numeros-aritmetica/indice-los-numeros-enteros/como-multiplicar-y-dividir-numeros-enteros/dividir-numeros-enteros/>
http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica1/potenciacion_de_un_numero_entero.html <https://azsalud.com/ciencia/tipos-de-graficas>

CREDO DE LA EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS

Creo en la alfabetización como instrumento, para empoderar a las personas, comunidades y las sociedades.

Creo en el Rol como formadores en valores y constructores de paz, para la convivencia pacífica y democrática en mi país.

Creo en la metodología andragógica, para ofrecer un modelo educativo con estrategias y técnicas adecuadas que respondan a EDJA.

Creo en la transparencia, liderazgo, gestión, evaluación y rendición de cuentas de EDJA.

Creo que puedo contribuir con estrategias de divulgación, para lograr que más personas tengan la oportunidad de acceder a los servicios educativos de EDJA.

Creo y confío en la oportunidad que la vida me brinda, para hacer de mí una persona de bien, con metas, aspiraciones y sentido de pertenencia.

Autora: Agnes de Cotes.



REPÚBLICA DE PANAMÁ

— GOBIERNO NACIONAL —

MINISTERIO DE EDUCACIÓN