

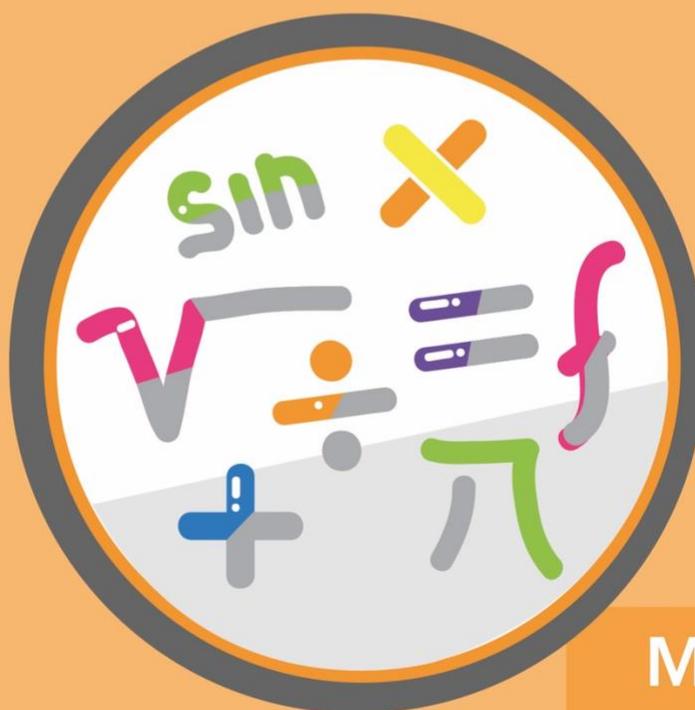
DIRECCIÓN NACIONAL DE CURRÍCULO Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA

DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS

BÁSICA GENERAL

MATEMÁTICA

9°



Módulo Autoinstruccional
de Aprendizaje

Modalidad Andragógica
para Jóvenes y Adultos

Actualización 2020

AUTORIDADES

S. E. Maruja Gorday de Villalobos
Ministra

S. E. Zonia Gallardo de Smith
Viceministra Académica

S. E. José Pío Castellero
Viceministro Administrativo

S. E. Ricardo Sánchez
Viceministro de Infraestructura

Guillermo Alegría
Director General de Educación

Carmen Reyes
Directora Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Agnes de Cotes
Directora Nacional de Jóvenes y Adultos

**COLABORADORES EN REVISIÓN Y
ACTUALIZACIÓN DE LOS MÓDULOS (2020)**

KARINA RUEDA
RENÉ PÉREZ
ROBERTO MARTÍNEZ
ROSA MÁRQUEZ
BALBINO MACIAS

REVISIÓN ORTOGRÁFICA

YAVEL TORIBIO

COORDINADORA DE LA ACTUALIZACIÓN

ÁNGELA DE LANDERO

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN

MARÍA FERNANDA RESTREPO
(DIRECCIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS)

ARACELLY AGUDO
(DIRECCIÓN NACIONAL DE CURRÍCULO Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA)

MÓDULO AUTOINSTRUCCIONAL DE APRENDIZAJE

MATEMÁTICA 9°

CONTENIDOS

Temas

1. Productos Notables
2. Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades y producto de dos binomios con un término común.
3. El cubo de un binomio
4. Factorización de Polinomios
5. Factorización de trinomios
6. Factorización de cuadrados y cubos perfectos
7. Ecuaciones de Primer Grado con una incógnita y problemas de aplicación.

ACTUALIZACIÓN 2020

INTRODUCCIÓN

Respetados participantes

Bienvenidos a este curso de Matemática de 9 grado. El módulo que se pone a su disposición tiene como meta lograr que usted tenga las destrezas y habilidades básicas para la resolución de problemas algebraicos. Claro está, es necesario que se familiarice con la terminología, el procedimiento y las aplicaciones según el caso.

Los objetivos que debemos alcanzar en este grado son los siguientes:

- Identifica los diferentes casos de productos notables y los resuelve aplicando la regla para cada caso.
- Reconoce cada caso de factorización y es capaz de resolver de manera rápida aplicando las reglas y conceptos aprendidos.
- Presenta y resuelve operaciones con expresiones algebraicas valorando su utilidad en la solución de problemas concretos.
- Emplea las ecuaciones de primer grado para dar solución a situaciones expresadas en lenguaje común, utilizando las propiedades de la igualdad y la representación gráfica.

Al finalizar el estudio de este módulo, estarás en capacidad de ponerlo en práctica tanto en lo personal, como en lo profesional y laboral. Después de haber asimilado los contenidos y evidenciados los aprendizajes, la evaluación se aplicará de la siguiente manera:

La Evaluación Unidireccional (pruebas parciales, trabajos en grupos, trabajos individuales, pruebas trimestrales, participación en clase) tendrá un valor de un 80 % del valor total, Auto Evaluación con un valor de 10 % y la Coevaluación con un 10 %.

Los criterios de evaluación (autoevaluación y coevaluación) serán consensuados entre los facilitadores y participantes.

Espero que las instrucciones, el desarrollo de los ejercicios y las actividades de aprendizaje, sean de su comprensión y contribuyan a fortalecer sus conocimientos en Matemática, materia fundamental para el recorrido hacia su vida como profesional.

"Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber".

Albert Einstein

ESTRUCTURA GENERAL DEL MÓDULO DE AUTOAPRENDIZAJE

El Módulo que tienes en tus manos es un instrumento de apoyo para tu auto aprendizaje y en él se detallan los materiales de estudio, de tal manera que puedas como participante administrar los contenidos y actividades de aprendizaje que encontrarás en el mismo sin la ayuda de un tutor. A continuación, te describo:



SABERES PREVIOS

Es un puente de conocimiento entre lo que sabes y lo nuevo que vas a aprender, para lograr nuevos aprendizajes y reforzar otros.



CONTENIDOS

Los contenidos son temas breves y sencillos que se desarrollan en el módulo para lograr aprendizajes significativos.



EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE

Son un cúmulo de experiencias que se te ofrecen después de cada tema o contenido estudiado y te llevarán a aplicar lo aprendido.



LOS TEXTOS PARALELOS:

Son espacios donde podrás hacer tus reflexiones, anotaciones u observaciones.



CONSIGNAS DE APRENDIZAJE.

Recogen los objetivos planteados en la asignatura y se relacionan con las actividades y experiencias de aprendizaje.



AUTOEVALUACIÓN: Recoge la evaluación personal del trabajo que realizaste, con base a preguntas preestablecidas, para orientar la discusión y juicios de valor. Debes ser auto reflexivo y responsable en tu autoaprendizaje. Incluye la Coevaluación: que son aprendizajes.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Como se mencionó en la presentación, los criterios de evaluación (autoevaluación y coevaluación) serán consensuados entre el facilitador y los participantes.

CRITERIO	ACTIVIDADES, MEDIOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN	PORCENTAJE
EVALUACIÓN UNIDIRECCIONAL	<ul style="list-style-type: none"> • Pruebas Parciales • Experiencias de aprendizaje • Trabajos en grupo (talleres) • Trabajos individuales • Participación en el aula • Pruebas parciales programadas 	80 %
AUTOEVALUACIÓN	Guiado por el facilitador y realizado por el participante	10 %
COEVALUACIÓN	Consensuado entre participantes y guiado por el facilitador	10 %
	TOTAL	100 %

Productos Notables

Se llaman **Productos Notables** a ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación.

Sesión No 1

El Cuadrado de un Binomio

Objetivos del aprendizaje: Resuelve operaciones por simple inspección usando las reglas aprendidas para el cuadrado de un binomio.

El cuadrado de un binomio lo vamos a dividir en dos:

1. El cuadrado de la suma de dos cantidades o cuadrado de la suma de un binomio y
2. El Cuadrado de la diferencia de dos cantidades o cuadrado de la diferencia de un binomio.

Recordemos que a la expresión algebraica que consta de dos términos se le llama **binomio**. El producto de un binomio por sí mismo recibe el nombre de “**cuadrado de un binomio**”.

1.1 Cuadrado de la suma de dos cantidades o cuadrado de la suma de un binomio.

Regla Básica: El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad **más** el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Demostración:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Ejemplos:

a. $(5x^2 + 3y^4)^2 = (5x^2)^2 + 2(5x^2)(3y^4) + (3y^4)^2$ Aplicando la regla.
 $= 25x^4 + 30x^2y^4 + 9y^8$

b. $(\frac{1}{2} ab^2 + 7ab)^2 = (\frac{1}{2} a b^2)^2 + (2)(\frac{1}{2} ab^2)(7ab) + (7ab)^2$
 $= \frac{1}{4} a^2 b^4 + 7a^2 b^3 + 49 a^2 b^2$

1.2 El cuadrado de la diferencia de dos cantidades o el cuadrado de la diferencia de un binomio.

El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual: al cuadrado de la primera cantidad **menos** el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplos:

a. $(3a^3 - 8b^4)^2 = (3a^3)^2 - 2(3a^3)(8b^4) + (8b^4)^2$
 $= 9 a^6 - 48 a^3 b^4 + 64 b^8$

b. $(x_{a+1} - y_{a-3})^2 = (x_{a+1})^2 - 2(x_{a+1})(y_{a-3}) + (y_{a-3})^2$
 $= x_{2a+2} - 2 x_{a+1} y_{a-3} + y_{2a-6}$

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 1

I. Identifica y escribe el nombre de cada caso de producto notable. Resuelve cada uno de los problemas aplicando las reglas para el cuadrado de un binomio, según el caso.

a. $(3xy^2 + 5xy)^2$

b. $(3x_m - 2x_n)^2$

c. $(2x + 3y^5)^2$

d. $(9a^3b^2 - 5a^2b^6)^2$

e. $(a^2 + 4ab)^2$

f. $(2xy^5 - 10xy)^2$

g. $(4x + xy)^2$

h. $(4m^5 - 5n^6)^2$

i. $(7m + 11n)^2$

j. $(11y^3 - 5)^2$

k. $(2a^5b^3 + \frac{1}{4}a^2b^2)^2$

l. $(\frac{1}{5}xy - 5x^2y^2)^2$

m. $(x_m + x_n)^2$

Día de la asignación: _____

Sesión No 2

Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades y el producto de dos binomios con un término común o el producto de la forma $(x+a)(x+b)$

Objetivos del aprendizaje: Resuelve operaciones por simple inspección usando las reglas aprendidas para el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades y el producto de dos binomios con un término común o llamado también de la forma $(x+a)(x+b)$

2.1 Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades

El producto de la suma por diferencia de dos cantidades, sólo tienes que dirigirte a la parte negativa y **eleva al cuadrado ambas cantidades** manteniendo en cuenta siempre el signo negativo y liberándolo del paréntesis. Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el cuadrado de la segunda.

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Ejemplos:

a. $(a+b)(a-b) = (a - b)$ sólo vas a la parte negativa

$$= a^2 - b^2 \text{ y elevas al cuadrado, recuerda liberarlo del paréntesis.}$$

b. $(5x^2 + 3y^4)(5x^2 - 3y^4) = (5x^2)^2 - (3y^4)^2$

$$= 25x^4 - 9y^8$$

c. $(4b^6 + 3b)(4b^6 - 3b) = (4b^6)^2 - (3b)^2$

$$= 16b^{12} - 9b^2$$

1.2 Producto de dos binomios con un término común o de la forma $(x+a)$ $(x+b)$

Para resolver este caso se cumple con las siguientes reglas:

- 1) El primer término del producto es el producto de los primeros términos de los binomios.
- 2) El coeficiente del segundo término del producto es la suma algebraica de los segundos términos de los binomios y en este término de la x está elevada a un exponente que es la mitad del que tiene esta letra en el primer término del producto.
- 3) El tercer término del producto es el producto de los segundos términos de los binomios.

$$(x + a)(x + b) = x^2 \pm (a \pm b)x \pm (ab)$$

Recuerda las reglas de eliminación de paréntesis para presentar el resultado final”

Ejemplos:

a. $(a+2)(a+3) = (a)^2 + a(2+3) + (2)(3)$

$$= a^2 + 6a + 6$$

b. $(x - 5)(x + 4) = (x)^2 + x(-5+4) + (-5)(4)$

$$= x^2 - x - 20$$

c. $(m_2 - 15)(m_2 + 10) = (m_2)^2 + m_2(-15+10) + (-15)(10)$

$$= m_4 - 5m_2 - 150$$

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 2

- I. Identifica y escribe el nombre de cada problema según el caso. Resuelve cada uno de los problemas aplicando las reglas para cada caso.

a) $(3x_2y_3 + 2xy)(3x_2y_3 - 2xy)$

- b) $(7s + 3s^2)(7s - 3s^2)$
- c) $(x + 2)(x - 1)$
- d) $(10uv^3 + 11u^2)(10uv^3 - 11u^2)$

- a) $(1 - 3ax)(1 + 3ax)$
- b) $(2m + 9)(2m - 6)$
- c) $(a - x)(x + a)$
- d) $(n^2 - 1)(n^2 - 7)$
- e) $(3m + 18)(3m - 12)$
- f) $(8y - x)(8y + x)$

Día de la asignación: _____

Sesión No 3

El Cubo de un Binomio

Objetivos del aprendizaje: Resuelve operaciones por simple inspección usando las reglas aprendidas para el cubo de un binomio.

El cubo de un binomio lo vamos a dividir en dos:

1. El cubo de la suma de dos cantidades o cubo de la suma de un binomio y
2. El Cubo de la diferencia de dos cantidades o cubo de la diferencia de un binomio.

3.1 Cubo de la suma de dos cantidades o cubo de la suma de un binomio.

Regla Básica: El cubo de la suma de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad, **más** tres veces el cuadrado de la primera cantidad por la segunda, **más** tres veces la primera cantidad por el cuadrado de la segunda, **más** el cubo de la segunda cantidad.

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Ejemplos:

$$a. (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\begin{aligned} b. (2xy^2 + 3x^2y^3) &= (2xy^2)^3 + 3(2xy^2)^2(3x^2y^3) + 3(2xy^2)(3x^2y^3)^2 + (3x^2y^3)^3 \\ &= 8x^3y^6 + 3(4x^2y^4)(3x^2y^3) + 3(2xy^2)(9x^4y^6) + 27x^6y^9 \\ &= 8x^3y^6 + 36x^4y^7 + 54x^5y^8 + 27x^6y^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. (5xy^3 + 4x^4y) &= (5xy^3)^3 + 3(5xy^3)^2(4x^4y) + 3(5xy^3)(4x^4y)^2 + (4x^4y)^3 \\ &= 125x^3y^9 + 3(25x^2y^6)(4x^4y) + 3(5xy^3)(16x^8y^2) + 64x^{12}y^3 \\ &= 8x^3y^9 + 300x^6y^7 + 240x^9y^5 + 64x^{12}y^3 \end{aligned}$$

3.2 Cubo de la diferencia de dos cantidades

El cubo de la diferencia de dos cantidades es igual al cubo de la primera cantidad, **menos** tres veces el cuadrado de la primera cantidad por la segunda, **más** tres veces la primera cantidad por el cuadrado de la segunda, **menos** el cubo de la segunda cantidad.

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} a. (x - 2y)^3 &= x^3 - 3(x)^2(2y) + 3(x)(2y)^2 - (2y)^3 \quad \text{Utilizando la norma.} \\ &= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. (xa+1 - y^{2a+2})^3 &= (xa+1)^3 - 3(xa+1)^2(y^{2a+2}) + 3(xa+1)(y^{2a+2})^2 - (y^{2a+2})^3 \\ &= x^{3a+3} - 3x^{2a+2}y^{2a+2} + 3x^{a+1}y^{4a+4} - y^{6a+6} \end{aligned}$$

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 3

I. Identifica y escribe el nombre de cada problema según el caso. Resuelve cada uno de los problemas aplicando las reglas para cada caso.

a. $(a - b^2)^3$

b. $(xyz + x^2y)^3$

c. $(3ab^4 - 2a^2b^2)^3$

d. $(4m^2n^2 + 6m^3n^2)^3$

e. $(3x^3y^3 - 5xy^2)^3$

f. $(3mn + 6m^2n^2)^3$

g. $(4x^3z^2 - 5x^3y^2)^3$

h. $(4m^5n + 5n^6)^3$

i. $(7xy^3 + 11z)^3$

j. $(x^{a+1} - y^{a-3})^2$

k. $(x^3y^4 + 10x^y^{10})^2$

l. $(4ab^2 - 5xy^3)^3$

Día de la asignación: _____

Factorización

Se llaman factores o divisores de una expresión algebraica a las expresiones algebraicas que multiplicadas entre sí dan como resultado la primera expresión.

Sesión No 4

Factorización de Polinomios

Objetivos del aprendizaje: Resuelve operaciones por simple inspección usando las reglas aprendidas para realizar la factorización de polinomios.

Cuando un polinomio se expresa como el producto de otros polinomios, cada polinomio del producto es un factor del polinomio original. Al proceso de expresar un polinomio como un producto de otros polinomios, se le denomina factorización.

Dividiremos la factorización de polinomios en tres casos a saber:

1. Factor común monomio
2. Factor común polinomio
3. Factor común por agrupación de términos

4.1 Factor común monomio:

Sacar el factor común es añadir el factor literal común de un polinomio, binomio o trinomio, con el menor exponente y el máximo común divisor de sus coeficientes.

Cuando se tiene una expresión de dos o más términos algebraicos y si se presenta algún término común, entonces se puede sacar este término como factor común. Una vez se tenga determinado el factor común, cada término del producto inicial se divide entre el factor común para determinar los términos del segundo factor (normalmente los que van en el último paréntesis)

Ejemplos:

Factorizar: $30 a^5 b^4 - 10 a^2 b^3$

$$= 10 a^2 b^3 (3a^3 b - 1)$$

$$\begin{array}{r|l} 30 - 10 & 2 \\ 15 - 5 & 5 \\ \hline 3 - 1 & 10 \text{ m.c.d.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \text{b) } 12 a_2x_3 + 18 a_3y - 24 a_4y_4 \\ & = 6 a_2 (2x_3 + 3ay - 4 a_2y_4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{c) } 15 a_4b_2c_3 - 5 a_3b_3c + 20 a_3b_2c_2 \\ & = 5 a_3b_2c (3ac_2 - b + 4c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{d) } 120 x_4y_2z_3 - 6 x_3y_4z_5 + 12 x_2y_5z_3 \\ & = 6 x_2y_2z_3 (20x_2 - xy_2z_2 + 2y_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{e) } x_2y_2z_4 + x_2y_3z_3 + x_3y_5z_7 \\ & = x_2y_2z_3 (z + y + xy_3z_4) \end{aligned}$$

4.2 Factor común polinomio

Primero hay que determinar el factor común de los coeficientes junto con el de las variables (la que tenga menor exponente). Se toma en cuenta aquí que el factor común no solo cuenta con un término, sino con dos.

Ejemplos:

$$\text{a. } 5x^2(x - y) + 3x(x - y) + 7(x - y)$$

Se aprecia claramente que se está repitiendo el polinomio $(x-y)$, entonces ese será el factor común. Luego cada término del producto inicial se divide entre el factor común para determinar los términos del segundo factor, en este caso obtenemos:

$$(5x^2 + 3x + 7)$$

La respuesta es:

$$(5x^2 + 3x + 7)(x - y)$$

$$\text{b. } 5a^2(3a + b) + 3a + b$$

En algunos casos se debe utilizar el número 1, por ejemplo:

Se puede utilizar como:

$$5a^2(3a + b) + 1(3a + b)$$

Entonces la respuesta es:

$$(3a + b)(5a^2 + 1)$$

4.3 Factor común por agrupación de términos

Para trabajar un polinomio por agrupación de términos, se debe tener en cuenta que son dos características las que se repiten. Se identifica porque es un número par de términos.

Un ejemplo numérico puede ser:

$$2y + 2j + 3xy + 3xj$$

Entonces puedes agruparlos de la siguiente manera:

$$= (2y + 2j) + (3xy + 3xj)$$

Aplicamos el caso I (**Factor común**)

$$= 2(y + j) + 3x(y + j)$$

Aplicamos el caso II (**Factor común polinomio**)

$$= (2 + 3x)(y + j)$$

En síntesis, aquí aplicamos el análisis para determinar la agrupación más conveniente y luego de esto aplicamos primero **factor común monomio** y luego **factor común polinomio**.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 4

I. Identifica y escribe el nombre de cada problema según el caso de polinomio visto.

Resuelve cada uno de los problemas aplicando las reglas para cada caso.

a) $6m^2 + 2mx + 4m^3x^2$

b) $a^2 + a - ab - b$

c) $n^2 + ny + 2ny + 2xy$

d) $3ab + 10c - 5a - 6cb$

e) $m^3n^2p^4 + m^4n^3p^5 - m^6n^4p^3 + m^2n^4p^3$

f) $6x_2y_7 - 12xy_6 - 4x_4y + 3x_5y_2$

g) $6x_2(a+b) - 7x(a+b) - 2y_3(a+b)$

h) $10 p_2q_3 + 14p_3q_2 - 18 p_5q - 16 p_5q_4$

i) $3m(x-y) - 4n(x-y) - x + y$

j) $55 m_2n_3x + 110 m_2n_3x_2 - 220 m_2y_3$

Día de la asignación: _____

Sesión No 5

Factorización de Trinomios

Objetivos del aprendizaje: Resuelve operaciones por simple inspección usando las reglas aprendidas para la factorización de los diferentes tipos de trinomios.

Cuando tenemos expresiones algebraicas con tres términos sabemos que se trata de un polinomio que específicamente llamamos **trinomio**, a continuación, veremos cómo se factoriza un trinomio, para ello te daremos las reglas.

Dividiremos la factorización de trinomios en tres casos a saber:

1. Trinomio Cuadrado Perfecto
2. Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$
3. Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

5.1 Trinomio Cuadrado Perfecto

Se identifica porque tiene **tres términos** y además debe cumplir con las siguientes condiciones: el primer y el último término deben tener raíz cuadrada exactas, el segundo término debe ser el doble de las raíces cuadradas del primer y último término.

Para factorizar una expresión de esta forma, se multiplica el término independiente por el coeficiente del primer término ($4x^2$):

$$4x^2 + 12x + (9 \cdot 4)$$

$$4x^2 + 12x + 36$$

Luego debemos encontrar dos números que multiplicados entre sí den como resultado el término independiente y que su suma sea igual al coeficiente del término x :

$$6 \cdot 6 = 36$$

$$6 + 6 = 12$$

Después procedemos a colocar de forma completa el término x^2 sin ser elevado al cuadrado en paréntesis, además colocamos los 2 términos descubiertos anteriormente:

$$(4x + 6)(4x + 6)$$

Para terminar dividimos estos términos por el coeficiente del término x^2 :

$$\frac{(4x + 6)(4x + 6)}{4} = \frac{(4x + 6)}{2} \cdot \frac{(4x + 6)}{2}$$

Queda así terminada la factorización:

$$(2x + 3)(2x + 3) = (2x + 3)^2$$

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 5

I. Identifica y escribe el nombre de cada trinomio según el caso. Resuelve cada uno de los problemas aplicando las reglas para cada caso de trinomio.

a) $x^2 + 4x + 3$

b) $10x^2 - 13x - 3$

c) $h^2 + 27h + 50$

d) $6x^2 + 11x - 10$

e) $5x^2 - 13x - 6$

f) $b^2 + 8b + 15$

g) $25 m^4 - 60 m^2 n^3 + 36 n^6$

g) $3x^2 - 7x - 6$

h) $4q^2 + 4q + 1$

i) $7x^2 - 15x + 2$

Día de la asignación: _____

Sesión No 6

Factorización de Cuadrados y Cubos Perfectos

Objetivos del aprendizaje: Resuelve operaciones por simple inspección usando las reglas aprendidas para la factorización de la **diferencia de cuadrados perfectos**, la **suma de cubos perfectos** y la **diferencia de cubos perfectos**.

6.1 Diferencia de cuadrados perfectos

Se identifican porque son restas o diferencias de dos términos y ambos tienen raíz cuadrada exacta.

Para resolver la **diferencia de cuadrados perfectos**, se extraen las raíces cuadradas de ambas expresiones y se colocan como factores dentro de paréntesis uno como suma y la otra como la diferencia de dichas raíces cuadradas.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Ejemplos:

$$a) 100 m^2 n^4 - 169 y^6 = (10 m n^2 + 13 y^3) (10 m n^2 - 13 y^3)$$
$$(10 m n^2) \quad (13 y^3)$$

$$b) 25 x^2 y^4 - 121 = (5 x y^2 - 11) (5 x y^2 + 11)$$
$$(5 x y^2) \quad (11)$$

6.2 Suma de cubos Perfectos

Se identifican porque siempre son dos términos y ambos tienen raíces cúbicas exactas y se suman.

Para resolver una **suma de cubos perfectos** se realiza el siguiente procedimiento:

- Se observa que ambos términos posean raíz cúbica exacta.
- Se extrae la raíz cúbica a cada término
- Se forma un producto de dos factores un binomio y un trinomio.
- El factor binomio será igual a la suma de sus raíces cúbicas.
- El factor trinomio se determina así: el cuadrado de la primera raíz, **menos** el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

Quedando de la siguiente manera:

$$\boxed{x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)}$$

Ejemplos:

a. $125 \sqrt[3]{x^3 y^3} + 27 \sqrt[3]{x^3}$ = extraemos la raíz cúbica a ambos términos

Aplicamos la norma descrita:

$$5 xy \quad 3x$$
$$= (5xy + 3x) \cdot ((5xy)^2 - 5xy(3x) + (3x)^2)$$
$$= (5xy + 3x) \cdot (25xy - 15x^2y + 9 x^2)$$

b. $64 a^3 + 729 = (4a + 9) (16a^2 - 36a + 81)$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ (4a) & (9) \end{array}$$

6.3 Diferencias de cubos Perfectos

Se identifican porque siempre son dos términos y ambos tienen raíces cúbicas exactas y se restan.

Para resolver una **diferencia de cubos perfectos** se realiza el siguiente procedimiento:

- Se observa que ambos términos posean raíz cúbica exacta.
- Se extrae la raíz cúbica a cada término
- Se forma un producto de dos factores un binomio y un trinomio.
- El factor binomio será igual a la diferencia de sus raíces cúbicas.
- El factor trinomio se determina así: el cuadrado de la primera raíz, **más** el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

Quedando de la siguiente manera:

$$\boxed{x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)}$$

Ejemplo:

a. $27a^3b^6 - c^3 =$ extraemos la raíz cúbica a ambos términos

↓ ↓

Aplicamos la norma descrita:

$$(3ab^2) (c)$$

$$= (3ab^2 - c) \cdot ((3ab^2)^2 + 3ab^2(c) + (c)^2)$$

$$= (3ab^2 - c) \cdot (9a^2b^4 + 3ab^2c + c^2)$$

Resumiendo, este último caso es igual al caso anterior (suma de cubos perfectos) sólo cambia el signo del segundo término del segundo factor.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 6

I. Identifica y escribe el nombre de cada cuadrado o cubo perfecto. Resuelve cada uno de los problemas aplicando las reglas para cuadrado o cubo perfecto.

a) $x^9 + 64y^3$

b) $100x^2 - 169y^4z^6$

c) $64h^{12} - 27k^{15}$

d) $16x^2 - 121y^{10}$

e) $125x^3 - 216y^6$

f) $8b^{15} + 343c^3$

Día de la asignación: _____

Sesión No 7

Ecuaciones de Primer grado

Objetivos del aprendizaje: Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita y realiza planteamiento de problemas de aplicación de la vida cotidiana.

❖ Concepto

Una ecuación es una igualdad en la que tenemos una o varias cantidades desconocidas llamadas **incógnitas**. El valor de la incógnita permite la igualdad. Generalmente las incógnitas se representan con las letras X y Y.

Ejemplo

1) $3x+2= 26$

2) $7y-3= 40$

Las incógnitas son X (1) y Y (2). Esto quiere decir que el valor que encontremos en ambas letras es el único que hace posible la igualdad.

- Las ecuaciones que vamos a desarrollar se denominan de primer grado porque el exponente de la incógnita es 1.
- El valor numérico de la incógnita puede ser un número entero o una fracción, el signo del mismo puede ser positivo o negativo.

❖ Miembros de una ecuación

Los miembros de la ecuación son las expresiones a la izquierda y derecha del símbolo de igualdad (=). La expresión a la izquierda es el primer miembro y la que está a la derecha; es el segundo miembro.

❖ Transposición de términos y factores.

Este procedimiento consiste en cambiar de lugar algunos términos de los miembros de la ecuación; con el objetivo de resolverla. *Es obligatorio cambiar el signo a los términos involucrados (+ a - ; - a +)*. Los factores o expresiones que están multiplicando pueden pasar de un miembro de la ecuación al otro dividiendo y si están dividiendo pasan al otro miembro multiplicando

❖ Método de resolución de una ecuación

1. Identifique la incógnita
2. A la izquierda de la igualdad debe colocar todos los términos que contengan la letra o incógnita. A la derecha, los términos independientes (sin parte literal). Tenga en cuenta el cambio de signos que involucra la transposición de términos.
3. Luego, aplique la reducción de términos semejantes que vimos con anterioridad.
4. Para despejar la incógnita, divida el resultado de la reducción, en ambos lados, entre el coeficiente de la incógnita y esto nos dará el valor de dicha incógnita.

5. Para comprobación, el valor encontrado reemplácelo en la ecuación. El resultado numérico del miembro izquierdo debe ser igual a lo del miembro derecho. Cuando hay un coeficiente junto a la incógnita, ejemplo 3x, 4y; multiplique el valor encontrado por el coeficiente.

Demostración

$$3x-5= x +3$$

- 1) Incógnita X
- 2) La x de la derecha queda - al cambiarla de lado; el -5 queda +5 por la misma razón

$$\mathbf{3x - x = 3+5}$$

- 3) Por reducción $3x-x =3+5$ resulta $\mathbf{2x=8}$
- 4) Despejando (dividimos ambos miembros entre 2)

$$\mathbf{2x/2 = 8/2}$$

$$\mathbf{X = 4}$$

Comprobación

$$3x-5= x +3$$

Reemplazamos el valor de x, el cual es 4

$$3(4)-5= (4) +3$$

$$12-5= 4+3$$

$$7=7$$

Entonces la respuesta $\mathbf{x = 4}$ es correcta.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE # 7

I. Resuelva las siguientes ecuaciones y compruébelas

- 1) $y-5= 3y-25$ **R. $y=10$**
- 2) $11x+ 5x- 1= 65x-36$ **R. $x=5/7$**
- 3) $8x+9-12x= 4x-13-5x$ **R. $x=22/3$**
- 4) $14-12x+ 39x-18x= 256-60x-657x$ **R. $x= 3$**
- 5) $21-6x= 27-8x$ **R. $X=3$**
- 6) $x + 27 = 30 +89 x$ **R. $X= - 1/3$**
- 7) $y - 7 = 23 - 2y$ **R. $y=10$**

II. Plantea las ecuaciones y encuentra el valor desconocido de cada problema de aplicación de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

- 1) Tres hermanos se reparten 1300 dólares. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?
- 2) Tres números enteros consecutivos suman 204. Hallar los números.
- 3) Tres cestos contienen 575 manzanas. El primer cesto tiene 10 manzanas más que el segundo y quince más que el tercero. ¿Cuántas manzanas hay en cada cesto?

Día de la asignación: _____

ANEXOS

Esta sección del módulo Instruccional de aprendizaje tiene como finalidad realizar un recordatorio a manera de resumen de todos los conocimientos vistos en esta obra y más, porque incluye otros temas como la división de polinomio entre polinomio. Este material anexo se convertirá en apoyo para el estudiante, en cuanto el aprendizaje del área académica de Álgebra para noveno grado; presentando muchos más ejercicios y problemas de prácticas que servirá para comprender con mayor facilidad el trabajo que un estudiante de 9° grado debe asimilar en cuanto a la asignatura de Matemática. **ANIMATE** y aprende más.

MULTIPLICACIÓN

➤ Esta operación requiere particular atención debido a ciertas características que involucra. La primera se refiere a los coeficientes.

✓ LEY DE LOS COEFICIENTES

El coeficiente del resultado de la multiplicación es el producto de multiplicar los coeficientes de los términos involucrados (aquellos números que están junto a la parte literal de la expresión algebraica).

✓ LEY DE LOS EXPONENTES

Cuando multiplicamos términos con la misma base (parte literal), escribimos la misma parte literal y sumamos los exponentes de los términos.

✓ LEY DE LOS SIGNOS

Esta ley establece el signo de la cantidad resultante de la multiplicación

Negativo	x	Positivo	+	
----------	---	----------	---	--

CASO #1

Multiplicación de monomios

Multiplicar $2a^2$ por $3a^3$

- Aplicando la ley de los coeficientes, el coeficiente del resultado es **6**, porque $2 \times 3 = 6$
- Cumpliendo con la ley de los exponentes, sumamos los exponentes **a** es la base de ambos términos
2 y 3 los exponentes
 $2 + 3 = 5$
- El signo del resultado es positivo, por la ley de los signos (+ por += +)

RESULTADO: **$6a^5$**

Cuando multiplicamos términos de distinta base, multiplicamos los coeficientes, aplicamos ley de los signos y la parte literal queda igual.

Ejemplo:

$3ab^2$ por $-4y^3$

Multiplicamos 3 por -4 = -12

El signo del resultado es **negativo** porque + por - resulta -

Parte literal = ab^2 ; y^3

Son de distinta base, así que los exponentes **NO** pueden sumarse.

RESULTADO: **$-12ab^2y^3$**

Experiencia de Aprendizaje

Realice las siguientes multiplicaciones

1. $-4a^2b$ por $-ab^2$
2. $-5x^3y$ por xy^2
3. $\frac{1}{2} a^2$ por $\frac{4}{5} a^3b$
4. $-x^2y^3$ por $-4y^3z$

Multiplicación

1) $(4a^3)(5b^2)$

6) $(6a)(-7b)(-3c)$

2) $(-7x^3)(8x)$

7) $(4x)(-\frac{1}{2}y)(\frac{3}{4}z)$

3) $(3m^2)(-5m^3)$

8) $(-5a^3)(-2ab)(8ab^2c)$

6 3

1) $(4x)(-3y)(+5z)$

9) $(\frac{1}{2} a^2)(-\frac{3}{4}b^2)(\frac{8}{15} abc)$

2) $(-4m^2)(-2m)(-3n)$

10) $(6m^3)(5m^2)(0.2m)$

6

Multiplicar

por

11) $5a^3+6b^2-7c$

$6abc$

12) $4x^3-7x^2+8x-6$

$-5x^2y$

13) $3m^3n-6m^2n^2+8mn^3$

$4mn$

14) $-8a^4-6a^3+4a^2-16^a$

$-\frac{1}{2}a^2$

15) $\frac{3}{4}x^4y^2+\frac{2}{3}x^3y^3-\frac{2}{5}x^2y^2$

$\frac{2}{3}xy$

16) $4a^3-6a^2+7c$

$2a+3$



CASO # 2

Monomio por polinomio

Se multiplica el monomio por cada término del polinomio. Se aplican las leyes de coeficiente, exponentes y signos.

Ejemplo:

$3a^2$ por z^3+a^3-6ab

Multiplicamos $3a^2$ por $z^3 = 3a^2z^3$

$3a^2$ por $a^3 = 3a^5$

$3a^2$ por $-6ab = -18a^3b$

RESULTADO: $3a^2z^3+3a^5-18a^3b$

Experiencia de Aprendizaje

- 1) $8x^2y-3y^2$ por $2ax^3$
- 2) a^3-4a^2+6a por $3ab$
- 3) $a^2-2ab+b^2$ por $-5bc$
- 4) $x^3-4x^2y+6xy^2$ por ax^2y

CASO # 3

Polinomios por polinomios

Se multiplican todos los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador. Tenga en cuenta la ley de los signos, coeficientes, exponentes y reducción de términos semejantes.

Ejemplo 1

$X+5$ por $x-4$

X (del primer polinomio) por $x-4$

x por $x = x^2$

x por $-4 = -4x$

Resultado de x por $x-4 = x^2-4x$

5(del primer polinomio) por $x-4$

5 por $x= 5x$

5 por $-4= -20$

Resultado de 5 por $x-4= 5x-20$

Escribimos ambos resultados

$x^2-4x+5x-20$

- Hay semejanza entre **$-4x$ y $5x$** , entonces aplicamos reducción de términos semejantes, quedando x

RESPUESTA: **x^2+x-20**

Ejemplo 2

$4x-3y$ por $-2y +5x$

$-8xy +20x^2$ (resultado de $4x$ por $-2y +5x$)

$-15xy+6y^2$ (resultado de $-3y$ por $-2y+5x$)

Escribiendo ambos resultados

$-8xy-15xy+20x^2+6y^2$

Existe semejanza entre **$-8xy$ y $-15xy$** , aplicamos reducción de términos semejantes, quedando $-23xy$

RESPUESTA: **$20x^2+6y^2-23xy$**

Experiencia de Aprendizaje

Realice las siguientes multiplicaciones

1. $3x^3-2x^2+5x-2$ por $2x^2+4x+3$

2. $a^3 -a + a^2$ por $a-1$

3. $2y^3-y-3y^2-4$ por $2y+5$

4. $2x-y+3z$ por $x-3y-4z$

DIVISIÓN

Es una operación que tiene dos factores: el dividendo y el divisor. El resultado de la división se denomina cociente.

Para la división hay que tener en cuenta tres conceptos importantes:

✓ LEY DE LOS SIGNOS

VALOR	ENTRE	VALOR	IGUAL	Signo del resultado
Positivo +	÷	Positivo +	=	+
Negativo -	÷	Negativo -	=	+
Positivo +	÷	Negativo -	=	-
Negativo -	÷	Positivo +	=	-

✓ LEY DE LOS EXPONENTES

Al dividir términos de la misma base (parte literal), escribimos la base y restamos los exponentes del dividendo con los del divisor. El resultado de esa resta es el exponente de la base en el resultado.

Cuando tenemos bases diferentes, estas quedan igual. Los exponentes **NO** pueden restarse.

Si la resta de los exponentes resulta cero (0), no se escribe nada.

✓ LEY DE LOS COEFICIENTES

El coeficiente del cociente resulta de dividir el coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor.

CASO # 1

Monomio entre monomio

$15a^2$ entre $5a$

El signo del resultado es + porque + entre += +

15 es el coeficiente del dividendo

5 es el coeficiente del divisor

$15 \div 5 = 3$ (este es el coeficiente del cociente)

$a^2 \div a = a$ ($2-1=1$)

RESULTADO: **3a**

En caso de bases diferentes, se dividen los coeficientes y la parte literal queda igual

Ejemplo:

$6x^2y^5$ entre $-3a$

$6 \div (-3) = -2$ (negativo según la ley de los signos en división)

x^2y^5 , a son bases diferentes. Los exponentes no pueden restarse.

RESULTADO: $-2 a x^2y^5$

Experiencia de Aprendizaje

Realice las siguientes divisiones

1) $14a^3b^4$ entre $-2ab^2$

2) $54x^2y^2z^3$ entre $-6xy^2z^3$

3) $-5m^2n$ entre m^2n

4) $20mx^2y^3$ entre $4xy^3$

5) $27m^3n$ entre $9mn$

6) $-45a^3b^2c$ entre $60ab^2c$

7) $-16a^4m$ entre $12a^3n$

8) $51x^3y^2$ entre $-85x^2y$

CASO # 2

Polinomio entre monomio

- Se divide cada uno de los términos del polinomio entre el monomio, teniendo en cuenta la ley de los signos, exponentes y coeficientes.

Ejemplo 1

$3a^3 - 6a^2b + 9ab^2$ entre $3a$

$3a^3 \div 3a = a^2$

$-6a^2b \div 3a = -2ab$

$9ab^2 \div 3a = 3b^2$

RESULTADO: $a^2-2ab+3b^2$

Ejemplo 2

$3x^2y^3-5a^2x^4$ entre $-3x^2$

$3x^2y^3 \div -3x^2 = -y^3$

$-5a^2x^4 \div -3x^2 = 5/3 a^2x^2$

RESULTADO: $-y^3+5/3 a^2x^2$

Experiencia de Aprendizaje

Realice las siguientes divisiones

1) $6ax^2-9b^3$ entre $-3ax$

2) $18b^2-36x^5$ entre $-9xb$

3) $42x^3+21y^4$ entre $7xy^2$

CASO # 3

Polinomio entre polinomio

1. Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor. El resultado es el primer término del cociente.
2. Este primer término multiplica al divisor. Todo lo que resulta se le cambia el signo.
3. Efectuamos la reducción de términos semejantes.
4. Luego dividimos el primer término de la reducción entre el primer término del divisor.
5. Lo que resulta se multiplica por el dividendo y se le cambia el signo. De nuevo, se utiliza la reducción de términos.

Ejemplo 1

$3x^2+2x-8$ entre $x+2$

$$\begin{array}{r} 3x^2+2x-8 \quad x+2 \\ \underline{3x^2 } \\ 2x \\ \underline{2x } \\ -8 \\ \underline{-8 } \\ 0 \end{array}$$

1) $3x^2$ entre $x = 3x$ (resultado de dividir el primer término del dividendo entre el primer término del divisor)

2) $3x$ multiplica a $x+2$ quedando $3x^2+6x$
Le cambiamos el signo y resulta $-3x^2-6x$

3) Aplicamos reducción de términos

$$\begin{array}{r} \cancel{3x^2+2x-8} \quad | \quad \underline{x+2} \\ -\cancel{3x^2}-6x \quad 3x \\ \hline -4x-8 \end{array}$$

4) Dividimos $-4x$ entre x . Resulta -4

Este -4 multiplica a $x+2$ y resulta $-4x-8$. Con los signos cambiados queda $4x+8$.

5) Nuevamente utilizamos la reducción de términos semejantes

$$\begin{array}{r} \cancel{3x^2+2x-8} \quad | \quad \underline{x+2} \\ -\cancel{3x^2}-6x \quad 3x-4 \\ \hline -4x-8 \\ \cancel{4x+8} \\ \hline 0 \end{array}$$

RESULTADO: **$3x-4$**

Ejemplo 2

$2x^3-2-4x$ entre $2x+2$

Ordenando

$2x^3-4x-2$ entre $2x+2$

$2x^3-4x-2$ | $2x+2$

1) $2x^3$ entre $2x = x^2$

2) x^2 por $2x+2 = 2x^3+2x^2$

Le cambiamos los signos y queda $-2x^3-2x^2$

$2x^3-4x-2$ | $2x+2$

$$\begin{array}{r} -\cancel{2x^3}-2x^2 \quad x^2 \\ \hline -2x^2-4x \end{array}$$

GLOSARIO

Algunos conceptos más relevantes para recordar:

1. **Álgebra:** es la rama de la matemática que estudia la combinación de elementos (números y letras) de estructuras abstractas acorde a ciertas reglas.
2. **Constante:** es un valor de tipo permanente, ya que no puede modificarse, al menos no dentro del contexto o situación para el cual esta: geometría o aritmética.
3. **Coefficiente:** número o parámetro que se escribe a la izquierda de una variable o incógnita.
4. **Exponente:** número que indica, cuantas veces se multiplica un factor por sí mismo.
5. **Fracción:** número que expresa una cantidad determinada de porciones que se toman de un todo dividido en partes iguales, se representa por una barra oblicua u horizontal que separa la primera cantidad (el numerador) de la segunda (el denominador).
6. **Incógnita:** es cada una de las letras distintas que aparecen en una ecuación.
7. **Mínimo común múltiplo:** es el menor múltiplo compartido por dos o más números. Por ejemplo m.c.m. (5,10) = 10.
8. **Número decimal:** es todo número compuesto por una parte entera y otra parte decimal. Por ejemplo, 0,345; 2,3 y 234,887 son números decimales.
9. **Número real:** es el conjunto de los números \mathbb{R} formado por los números racionales \mathbb{Q} , y los irracionales I . Por ejemplo $\sqrt{2}, \frac{3}{4}$. (el primero es irracional y el segundo es racional)
10. **Potenciación:** es la operación que simplifica la multiplicación de factores iguales.
11. **Término:** es cada uno de los sumandos que aparecen en una expresión algebraica.
12. **Variable:** es cada una de las letras distintas que aparecen en una expresión algebraica.
13. **Productos Notables:** Son productos que se rigen por reglas fijas y cuyo resultado puede hallarse por simple inspección.
14. **Factorización:** Son expresiones matemáticas que se pueden expresar como factores (multiplicación) de manera que sólo al ver dichas expresiones podemos resolver de manera sencilla y en algunas ocasiones con pocos pasos.
15. **Ecuación:** Es una igualdad en la que hay una o varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas y que sólo se verifica para determinados valores de las incógnitas.

AUTOEVALUACIÓN

Asignatura: _____
 Nombre: _____ Cédula: _____
 Grupo: _____ Fecha: _____

Indicaciones Generales: Lea detenidamente cada criterio de evaluación, evite utilizar corrector o tachar.

COLOQUE UNA "X" para valorarse *sincera y honestamente* según lo detallado en cada criterio con una puntuación de 1 a 5, donde cada valor significa:

1: Nunca 2: Casi Nunca 3: A veces 4: Casi Siempre 5: Siempre

INDICADORES DE DESEMPEÑO CRITERIOS	VALORACIÓN				
	1	2	3	4	5
ACTITUDINAL					
1. Trabaja la asignatura, al menos dos horas a la semana.					
2. Se comunica con el docente a través de WhatsApp para resolver dudas.					
3. Entrega las asignaciones en el tiempo señalado, mostrando responsabilidad y dedicación.					
4. Trabaja la matemática en orden, sin tachones que alteren la presentación de su práctica.					
5. Respeta al profesor					
6. Atiende a las clases del profesor, sin interrupciones, mostrando interés y motivación por aprender.					
7. Consulta lo que no entiende y trata de resolver por sí mismo los distintos ejercicios					
CONCEPTUAL					
8. Comprende los contenidos y procedimientos estudiados en clases durante este trimestre.					
9. Da solución adecuada a situaciones relacionadas con los temas estudiados en clases.					
PROCEDIMENTAL					
10. Desarrolla actividades extracurriculares (Estudia, realiza investigaciones o consultas, fuera de la clase).					
OTROS INDICADOS POR EL PROFESOR					
11.					
12.					
13.					
TOTAL =					

Nombre y apellido del evaluador:

Referencias Bibliográficas

1. Baldor, Aurelio. *Álgebra*. Ediciones Cultural S.A. México. 2005.
2. Rich, Barnett. *Álgebra y Trigonometría*. Editorial McGraw-Hill. 1995
3. Galdós, L. *Álgebra*. Publicaciones Cultural. España.1998
4. Sitios de Internet: www.educar.org , www.apuntes21.com
Khanacademy Youtube
5. Luis Urieta. **Módulo Instruccional de Aprendizaje** (Texto Académico). Teleeducación El Arado, 2006.
6. MINISTERIO DE EDUCACIÓN **Programa Curricular de Matemática Noveno**
Edición 2014

CREDO DE LA EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS

Creo en la alfabetización como instrumento, para empoderar a las personas, comunidades y las sociedades.

Creo en el Rol como formadores en valores y constructores de paz, para la convivencia pacífica y democrática en mi país.

Creo en la metodología andragógica, para ofrecer un modelo educativo con estrategias y técnicas adecuadas que respondan a EDJA.

Creo en la transparencia, liderazgo, gestión, evaluación y rendición de cuentas de EDJA.

Creo que puedo contribuir con estrategias de divulgación, para lograr que más personas tengan la oportunidad de acceder a los servicios educativos de EDJA.

Creo y confío en la oportunidad que la vida me brinda, para hacer de mí una persona de bien, con metas, aspiraciones y sentido de pertenencia.

Autora: Agnes de Cotes.



REPÚBLICA DE PANAMÁ
— GOBIERNO NACIONAL —

MINISTERIO DE EDUCACIÓN